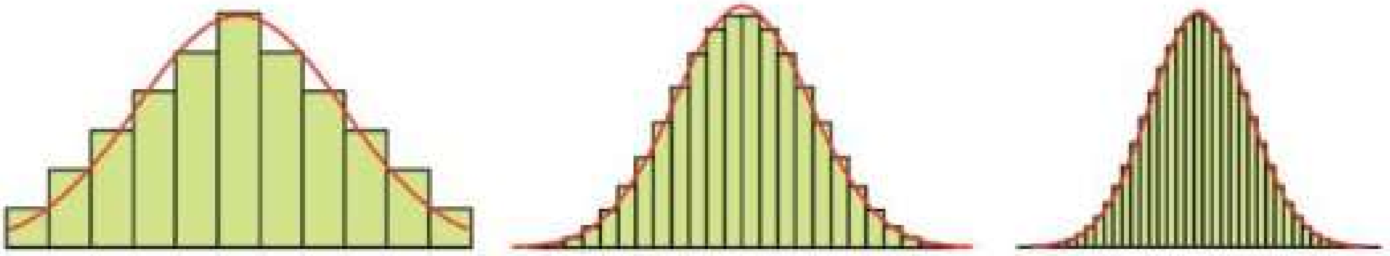
6 Aproximación de la binomial

Cuando n es suficientemente grande, la distribución binomial se puede aproximar por una normal de media $\mu = np$ y desviación típica $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$.



Cuanto mayor es n, mejor se aproxima la distribución binomial a la normal.

En la práctica, se considera que la aproximación es buena cuando se cumple que $np > 5$ y $n(1-p) > 5$.

Binomial

2) La probabilidad de que un estudiante obtenga el título de licenciado en Geografía e Historia es 0,3. Hallar la probabilidad de que en un grupo de siete estudiantes matriculados en primero:

a) Ninguno de los siete finalice la carrera.
b) Finalicen todos
c) Al menos dos acaben la carrera.

Binomial

3) En una comunidad de vecinos, 7 de cada 10 vecinos no tienen automóvil. Elegidas 12 personas al azar de esa comunidad de vecinos, hallar la probabilidad de que:

a) 3 de ellas tengan automóvil
b) al menos 11 no tengan automóvil
c) una no tenga automóvil.

Normal

4) La media de los pesos de los habitantes de una ciudad es de 65 kg. y la desviación típica, de 5 kg. Suponiendo que los pesos se distribuyen normalmente, calcular la probabilidad de que un individuo pese :

a) entre 60 y 70 kg.
b) a lo sumo 55 kg.
c) Más de 80 kg.
d) ¿Es probable encontrar a un individuo de más de 100 kg?.

Aproximación binomial por normal

5) Una máquina produce componentes que son defectuosos en un 10%. Se elige al azar una muestra de estos 500 componentes. Calcular las probabilidades de que

a) haya 51 defectuosos
a) como mucho 60 componentes estén defectuosos,
b) tenga 45 o más componentes defectuosos.

② ①

$p(L) = 0'3$

$p(\bar{L}) = 0'7$

$n = 7$

$\boxed{B(7, 0'3)}$

a) $p(x=0) = \binom{7}{0} \cdot 0'3^0 \cdot 0'7^7 = \boxed{0'0823543}$

TABLA $\Rightarrow$ $\boxed{0'0824}$

b) $p(x=7) = \binom{7}{7} \cdot 0'3^7 \cdot 0'7^0 = \boxed{0'0002187} = \boxed{2'187 \cdot 10^{-4}}$

TABLA $\Rightarrow$ $\boxed{0'002}$

$\binom{m}{n} = \frac{m!}{n! \cdot (m-n)!}$; $\binom{7}{0} = \frac{7!}{0! \cdot (7-0)!} = 1$

CALCULADORA $\boxed{nCr}$ $\Rightarrow$ 7 $\boxed{nCr}$ 0 $\boxed{=}$ 1

D. BINOMIAL: $p(x=r) = \binom{n}{r} \cdot p^r \cdot q^{n-r}$

éxits.

c) $p(\text{al menys 2 acoben}) = p(x=2) + p(x=3) + p(x=4) + \dots + p(x=7) =$

$= 1 - (p(x=0) + p(x=2)) =$

$= 1 - \left(\binom{7}{0} \cdot 0'3^0 \cdot 0'7^7 + \binom{7}{1} 0'3^1 \cdot 0'7^6\right) =$

$= 1 - (0'0823543 + 0'2470629) = \boxed{0'6705828}$

③ $p(\text{No automovil}) = \frac{7}{10} = 0'7$

$p(\text{si automovil}) = 0'3$

$n = 12$

$B(12, 0'7)$ ó $B(12, 0'3)$

No — si

② a) $p(3\ \text{si}) = \binom{12}{3} \cdot 0'3^3 \cdot 0'7^9 =$

$= \frac{12!}{3!\,(12-3)!} \cdot 0'3^3 \cdot 0'7^9 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot \cancel{9 \cdots}}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \cancel{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdots}} \cdot 0'3^3 \cdot 0'7^9 =$

$= 220 \cdot 0'3^3 \cdot 0'7^9 = \boxed{0'2397}$

tb. 12 $\boxed{nCr}$ 3 = 220

b) $p(\text{al menos 11 No}) = p(X=11\ \text{No}) + p(X=12\ \text{No}) = \binom{12}{11} \cdot 0'7^{11} \cdot 0'3 + \binom{12}{12} \cdot 0'7^{12} \cdot 0'3^0 =$

$= \boxed{0'0850}$

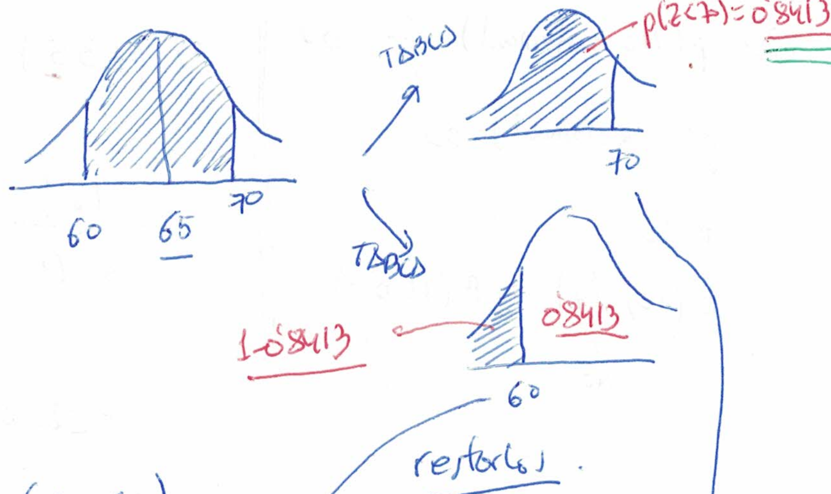
c) $p(\text{un No automovil}) = \binom{12}{1} \cdot 0'7^1 \cdot 0'3^{11} = \boxed{0'00001488} \simeq 1'488 \cdot 10^{-5}$

(4) $\mu = 65$ Kg

$\sigma = 5$ Kg

$N(65, 5)$

a)



$$\boxed{p(60 < x \leq 70) = p(x \leq 70) - p(x < 60)} =$$

$$Z = \frac{70-65}{5} = 1$$

TABLA $\longrightarrow$ $0'8413$

$$Z = \frac{60-65}{5} = -1 \xrightarrow{\text{TABLA}} 0'8413$$

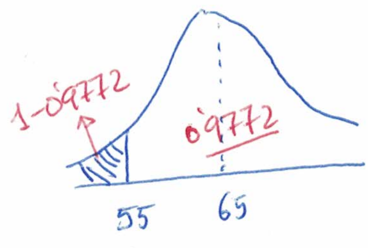
Aunque dé negativo, se busca en la tabla como positivo.
La tabla siempre da el área grande

$$= 0'8413 - (1 - 0'8413) = \boxed{0'6826}$$

tb. en pag. 18 de los apuntes (pag. 106) $\boxed{\mu \pm \sigma \simeq 68'2\%}$

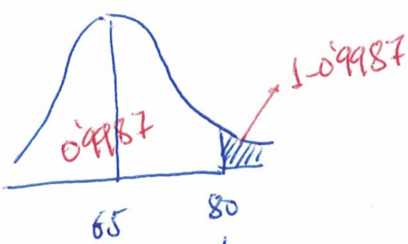
b) $p(\text{a lo sumo } 55 \text{ kg}) = p(x < 55 \text{ Kg})$

$$\boxed{p(x<55) = 1 - 0'9772 = 0'0228}$$



$$Z = \frac{55-65}{5} = -2 \xrightarrow[\text{buscar +vo}]{\text{TABLA}} 0'9772$$

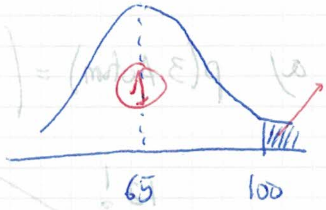
c) $p(x > 80)$



$$\boxed{p(x>80) = 1 - 0'9987 = 0'0013}$$

$$Z = \frac{80-65}{5} = 3 \xrightarrow{\text{TABLA}} 0'9987$$

d) $p(x>100) = \boxed{0}$



$$z = \frac{100-65}{5} = 7 \xrightarrow{\text{TABLAS}} \boxed{1}$$

(a partir de 3'9 sale 1)

5) $p(D) = 0'1$

$p(\overline{D}) = 0'9$

$B(500, 0'1)$

a) ~~Si lo tratamos como binomial, son muchos cálculos:~~

$$p(x=51) = \binom{500}{51} \cdot 0'1^{51} \cdot 0'9^{449}$$ = se puede dejar así y está bien

muchas operaciones.
la calculadora no lo da. (da error)

Cuando n es grande, se puede aproximar por una Normal, hay que hallar la media (μ) y desviación típica (σ)

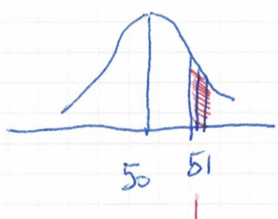
$$\mu = n \cdot p = 500 \cdot 0'1 = 50$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{500 \cdot 0'1 \cdot 0'9} = 6'71$$

Luego $\boxed{B(500, 0'1)}$ ⟶ se aproxima por Normal $\boxed{N(50, 6'71)}$

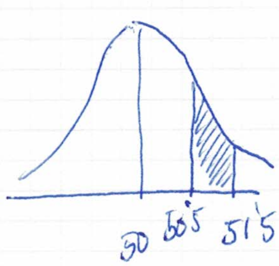
a) $N(50, 6'71)$

$p(x=51)$



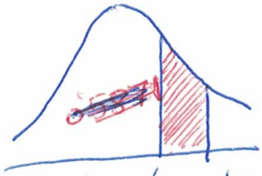
Buscar entre 50'5 y 51'5 (Corrección de Yates)

(No puede haber decimales en componentes del problema)



$p(50'5 < x < 51'5) = \dots =$

4



51'5

$$z = \frac{51'5 - 50}{6'71} = 0'2235 \xrightarrow{\text{TABLA}} \simeq \boxed{0'5871}$$

50'5

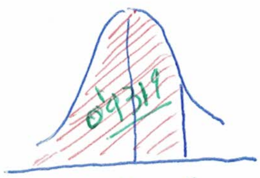
$$z = \frac{50'5 - 50}{6'71} = 0'0745 \xrightarrow{\text{TABLA}} \simeq 0'5279$$

$$\boxed{p(x=51) = p(50'5 < x < 51'5) = 0'5871 - 0'5279 = \boxed{0'0592}}$$

---

b/ p(como mucho 60 def) ⟶ d. binomial $\underbrace{p(x=0) + p(x=1) + \dots + p(x=60)}_{\text{Mucho cálculo}}$

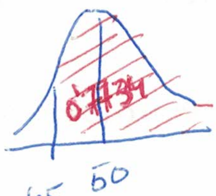
Como Normal:



$$z = \frac{60 - 50}{6'71} = 1'49 \xrightarrow{\text{TABLA}} \simeq 0'9319$$

$$\boxed{p(x \leq 60) = 0'9319}$$

c/ $\boxed{p(x > 45) = 0'7734}$



$$z = \frac{45 - 50}{6'71} = -0'7451 \xrightarrow{\text{TABLA}} \boxed{0'7734}$$

$-0'75$