ARITMÉTICA MERCANTIL

<table>
<tr><td>Recuerda</td><td>

Progresión geométrica

Una **progresión geométrica** es una sucesión de números tales que cada uno de ellos (menos el primero) es igual al anterior multiplicado por un número fijo. A este número fijo se le llama **razón** de la progresión y se representa por r.

Fórmula del término general

$\boxed{a_n = a_1 \cdot r^{n-1}} \Rightarrow$ a_n = término general; a_1 = valor del primer término; n = número de términos; r = razón

a_1
$a_2 = a_1 \cdot r$
$a_3 = a_2 \cdot r = a_1 \cdot r^2$
$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

Suma de n términos en una progresión geométrica

La suma, S_n, de n términos de una progresión geométrica, de razón r, es:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

</td></tr>
<tr><td>Porcentajes</td><td>

Para calcular el **porcentaje** de una cantidad, multiplicamos esa cantidad por el tanto por ciento dividido entre 100.

$$a\% \text{ de } C = \frac{a}{100} \cdot C$$

</td></tr>
<tr><td>Porcentajes encadenados</td><td>

Un **aumento porcentual** consiste en aumentar una cantidad C un a %, y esto equivale a calcular el $(100 + a)$ % de C.

Una **disminución porcentual** consiste en disminuir una cantidad C un a %, y esto equivale a calcular el $(100 - a)$ % de C.

Llamamos **porcentajes encadenados** a sucesivos aumentos o disminuciones porcentuales sobre una cantidad.

Date cuenta

El $(100 + a)$ % de C es:

$$\left(1 + \frac{a}{100}\right) \cdot C$$

El $(100 - a)$ % de C es:

$$\left(1 - \frac{a}{100}\right) \cdot C$$

</td></tr>
<tr><td>Interés simple</td><td>

El **interés simple**, I, es el beneficio que origina una cantidad de dinero, denominada capital, C_0, en un tiempo expresado en años, t, a un rédito anual del r %.

$$I = \frac{C_0 \cdot r \cdot t}{100} = C_0 \cdot i \cdot t \qquad i = \frac{r}{100}$$

El interés es simple cuando los beneficios obtenidos se retiran al final de cada período de tiempo, sin reinvertirlos. Por tanto, el capital sobre el que se reciben intereses es siempre el mismo.

No olvides

Cuando en el lenguaje coloquial usamos expresiones como *un 3 % de interés*, en realidad nos estamos refiriendo al rédito. El rédito es un porcentaje, mientras que el interés es un número.

</td></tr>
<tr><td>Interés compuesto</td><td>

Cuando los intereses que se obtienen al final de cada período de inversión no se retiran, como se hace en el interés simple, sino que se añaden al capital y se reinvierten, estamos ante el concepto de **interés compuesto**.

Para un período de tiempo determinado, el capital final (C_F) se calcula mediante $C_{F1} = C_I(1+i)$

Ahora, capitalizando el valor obtenido en un segundo período $C_{F2} = C_{F1}(1+i) = C_I(1+i)(1+i) = C_I(1+i)^2$

Repitiendo esto para un tercer período $C_{F3} = C_{F2}(1+i) = C_I(1+i)^2 \cdot (1+i) = C_I(1+i)^3$

y generalizando a n los períodos, se obtiene la fórmula de interés compuesto: $C_F = C_I(1+i)^n$

El capital final, C_f, obtenido al invertir un capital inicial, C_0, a un rédito, r %, durante un tiempo, t, a **interés compuesto**, es:

$$C_f = C_0\left(1 + \frac{r}{100}\right)^t = C_0\,(1+i)^t$$

</td></tr>
</table>

Ejemplos

1 Un banco ofrece un depósito en el que los intereses se abonan anualmente en una cuenta, independiente del dinero invertido en el depósito.

a) Si el depósito ofrece el 5 % anual del capital invertido e invierto 8.500 **€**, ¿cuánto dinero recibiré de intereses en 3 años?

$r = 5\,\%$ $\qquad C = 8.500$ € $\qquad t = 3$ años

$$I = \frac{C_0 \cdot r \cdot t}{100} = \frac{8.500 \cdot 5 \cdot 3}{100} = 1.275 \text{ €}$$

b) Si por un capital de 8.500 **€** he recibido 1.275 **€** de intereses en 3 años, ¿cuál es el rédito que ofrece el depósito?

$C_0 = 8.500$ € $\qquad I = 1.275$ € $\qquad t = 3$ años

$$1.275 = \frac{8.500 \cdot r \cdot 3}{100} \rightarrow r = \frac{1.275 \cdot 100}{8.500 \cdot 3} = 5\%$$

c) Si el depósito ofrece el 5 % anual y he recibido 1.275 **€** de intereses en 3 años, ¿cuánto dinero invertí en el depóstio?

$r = 5\,\%$ $\qquad I = 1.275$ € $\qquad t = 3$ años

$$1.275 = \frac{C_0 \cdot 5 \cdot 3}{100} \rightarrow C_0 = \frac{1.275 \cdot 100}{5 \cdot 3} = 8.500 \text{ €}$$

2 Un banco ofrece un depósito en el que, por una inversión de 15.000 **€** durante 15 meses, se regala un televisor valorado en 630 **€**. ¿Qué rédito ofrece el depósito?

Pasamos el tiempo a años: $\frac{15}{12} = 1{,}25$ años

$$630 = \frac{15.000 \cdot r \cdot 1{,}25}{100} \rightarrow r = \frac{630 \cdot 100}{15.000 \cdot 1{,}25} = 3{,}36\%$$

Ejemplo

3 En un depósito los intereses anuales se añaden al capital invertido.

a) Si el depósito ofrece al 4,5 % anual e invertimos 12.000 **€**, ¿cuánto dinero recibiremos en 5 años?

$r = 4{,}5\,\%$ $\qquad C_0 = 12.000$ € $\qquad t = 5$ años

$$C_f = C_0\left(1 + \frac{r}{100}\right)^t = 12.000\left(1 + \frac{4{,}5}{100}\right)^5 = 14.954{,}18 \text{ €}$$

b) ¿Y si queremos tener 15.000 **€** dentro de 5 años al 4,5 % anual?

$r = 4{,}5\,\%$ $\qquad C_f = 15.000$ € $\qquad t = 5$ años

$$15.000 = C_0\left(1 + \frac{4{,}5}{100}\right)^5 \rightarrow C_0 = 12.036{,}77 \text{ €}$$

c) ¿Qué rédito ofrece el depósito si invirtiendo 12.000 **€** nos devuelven 15.000 **€** en 5 años?

$C_0 = 12.000$ € $\qquad C_f = 15.000$ € $\qquad t = 5$ años

$$15.000 = 12.000\left(1 + \frac{r}{100}\right)^5 \rightarrow 1 + \frac{r}{100} = \sqrt[5]{\frac{15.000}{12.000}} \rightarrow r = 4{,}56\,\%$$

Ejercicios:

001 Una fábrica de muebles facturó 900.000 € el año pasado. Este año ha incrementado las ventas y ha obtenido una subida del 2 % sobre el total de la facturación del año anterior. ¿Cuánto dinero ha facturado este año? Si la subida se mantiene, ¿cuánto facturará el próximo año?

002 El sueldo de una persona tiene dos componentes: el sueldo base y los complementos. En el primero tiene una subida del 3 %, mientras que los complementos suben el 5 %. ¿Puede afirmarse que la subida global del sueldo es del 4 %?

003 Un electrodoméstico cuesta 464 €, con el IVA incluido. Si el porcentaje del IVA es del 16 %, ¿cuál es el precio sin ese impuesto?

004 Una camisa, tras la rebaja de un 20 %, cuesta 32 €. ¿Cuál era el precio de la camisa antes de rebajarla?

005 Un comerciante rebaja un producto un 15 %. Después, decide reducir el precio un 10 %. Cuando le llegan nuevas mercancías del producto, aplica una rebaja del 25 % sobre el precio que tenía inicialmente, y se da cuenta de que los precios finales no coinciden. ¿Por qué no son iguales las rebajas?

006 Por una cantidad de dinero, invertida en un depósito financiero a un interés del 3,5 % anual durante 3 años, hemos recibido 735 € como intereses. ¿Qué cantidad inicial era?

007 ¿Qué interés ofrece una cuenta bancaria en la que, invirtiendo 5.000 € durante dos años, obtienes unos intereses de 400 €?

008 Un banco tiene dos clases de depósitos.

- Uno con un interés del 4,75 % anual durante 5 años.
- Otro que tiene también una duración de 5 años, con un interés del 6 % anual durante los 3 primeros años, y en el que regalan un televisor valorado en 580 € por los 2 últimos años.

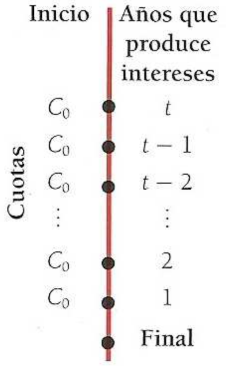
Si invierto 5.000 €, ¿qué depósito es más ventajoso?

009 Una empresa recibe un crédito al 8 % anual, con la condición de devolver en un solo pago la cantidad prestada más los intereses. ¿Cuánto tiempo tardará en duplicarse la deuda?

010 Depositamos 5.000 € en un banco al 4 % de interés compuesto anual. Di cuál será el capital que obtendremos al cabo de 3 años si recibimos los intereses:

a) Cada semestre.
b) Cada trimestre.

<table>
<tr>
<td>Anualidades de capitalización</td>
<td>
La anualidad de capitalización es una cantidad de dinero fija (cuota) que se deposita periódicamente para obtener un capital al cabo de un cierto tiempo.



Si llamamos C_0 a la cantidad fija que se ingresa, r al rédito, t al número de años que mantenemos esos ingresos y hacemos i igual a $\frac{r}{100}$ tenemos:

- La primera cuota se convierte en: $C_0(1+i)^t$
- La segunda cuota se convierte en: $C_0(1+i)^{t-1}$

...

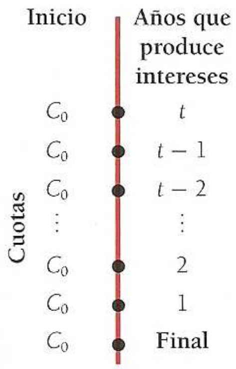
- La última cuota se convierte en: $C_0(1+i)$

El capital final, C_f, es la suma de todas las cantidades anteriores. Estas cantidades están en progresión geométrica cuyo primer término es $a_1 = C_0(1+i)$, y cuya razón es $(1+i)$.Por tanto, tenemos que: $C_f = C_0(1+i)\frac{(1+i)^t-1}{1+i-1}$.

El capital que se obtiene, C_f, con una anualidad de capitalización C_0, a un rédito r % durante t años, se puede calcular de este modo:

$$C_f = C_0(1+i)\frac{(1+i)^t-1}{i}, \text{ siendo } i = \frac{r}{100}$$
</td>
</tr>
<tr>
<td>Anualidades de amortización

(préstamos e hipotecas)</td>
<td>
La anualidad de amortización es una cantidad de dinero fija (cuota) que se devuelve periódicamente para saldar un préstamo al cabo de un cierto tiempo.



Llamamos C_0 a la cuota anual que se ingresa, r al rédito y t al número de años que tardamos en pagar la deuda. Considerando que las cantidades que se pagan anualmente también producen intereses, tenemos:

- La primera cuota se convierte en: $C_0(1+i)^{t-1}$
- La segunda cuota se convierte en: $C_0(1+i)^{t-2}$

...

- La última cuota no produce intereses y es: C_0

La suma de todas estas cantidades, que están en progresión geométrica con $a_1 = C_0$, y con razón $(1+i)$, debe ser igual al total de la deuda C_f, más los intereses que ha generado durante esos t años.

$$C_f(1+i)^t = C_0 + C_0(1+i) + C_0(1+i)^2 + \ldots + C_0(1+i)^{t-1} = C_0\frac{(1+i)^t-1}{(1+i)-1}$$

El capital prestado, C_f, que se devuelve con una anualidad de amortización C_0, a un rédito r % durante t años, se puede calcular de este modo:

$$C_f = C_0\frac{(1+i)^t-1}{i(1+i)^t}, \text{ siendo } i = \frac{r}{100}$$
</td>
</tr>
</table>

Ejemplos

4 Si ingresamos 2.000 € al año durante 15 años al 5 % anual, ¿qué capital obtenemos?

$$C_0 = 2.000\text{ €} \qquad i = \frac{r}{100} = \frac{5}{100} = 0{,}05 \qquad t = 15\text{ años}$$

$$C_f = C_0(1+i)\frac{(1+i)^t - 1}{i} = 2.000\,(1+0{,}05)\frac{(1+0{,}05)^{15} - 1}{0{,}05} = 45.314{,}98\text{ €}$$

El capital acumulado durante los 15 años es de unos 45.300 €.

5 Calcula las cuotas anuales que tengo que hacer al 4,2 %, si quedan 23 años para jubilarme, y quiero recibir 240.000 € en ese momento.

$$C_f = 240.000\text{ €} \qquad i = \frac{r}{100} = \frac{4{,}2}{100} = 0{,}042 \qquad t = 23\text{ años}$$

$$240.000 = C_0(1+0{,}042)\frac{(1+0{,}042)^{23} - 1}{0{,}042} \rightarrow C_0 = \frac{240.000}{39{,}101} = 6.137{,}95\text{ €}$$

Necesito ingresar unos 6.200 € anuales.

Ejemplos

6 Un préstamo de 120.000 € con un interés anual del 6 % se ha de devolver en 20 cuotas anuales. ¿Cuál será el importe de cada cuota?

$$C_f = 120.000\text{ €} \qquad i = \frac{r}{100} = \frac{6}{100} = 0{,}06 \qquad t = 20\text{ años}$$

$$120.000 = C_0\frac{(1+0{,}06)^{20} - 1}{0{,}06(1+0{,}06)^{20}} \rightarrow C_0 = \frac{23.091{,}375}{2{,}207} = 10.462{,}79\text{ €}$$

La cuota anual es de unos 10.500 €.

7 ¿Cuál es el valor de una hipoteca al 6 % si he pagado una cuota anual de 10.462,79 € durante 20 años?

$$C_0 = 10.462{,}79\text{ €} \qquad i = \frac{r}{100} = \frac{6}{100} = 0{,}06 \qquad t = 20\text{ años}$$

$$C_f = 10.462{,}79 \cdot \frac{(1+0{,}06)^{20} - 1}{0{,}06(1+0{,}06)^{20}} = 120.000\text{ €}$$

Ejercicios:

011 A Alberto le ingresan en una cuenta bancaria 500 € cada año durante 10 años. Si la cuenta le aporta un 4,5 % anual, ¿qué capital se acumulará al cabo de ese tiempo?

012 Un plan de jubilación al 3 % anual implica aportaciones de 960 € al año. Si tengo 48 años, ¿qué capital obtendré a las siguientes edades de jubilación?

a) A los 60 años.
b) A los 65 años.

013 Un ayuntamiento obtiene un préstamo al 2,5 % de interés de 10 millones de euros para efectuar diversas obras. El préstamo ha de devolverse en 10 anualidades. ¿Cuál será el importe de cada una?

014 Compramos una vivienda por un valor de 240.000 €. Damos una entrada de 20.000 € y el resto se financia mediante una hipoteca al 5 % de interés anual durante 20 años. ¿Cuál será el importe de cada cuota anual?

Tablas de amortización

La **tabla de amortización de un préstamo** contiene información como:

- Fechas de pago de cada cuota.
- Parte de la cuota dedicada a amortizar intereses.
- Parte de la cuota dedicada a amortizar capital.
- Cuota que se paga anualmente.
- Capital pendiente después de cada pago.

Ejemplo

11 **Elabora la tabla de amortización de un préstamo de 95.000 € al 5,5 % durante 12 años.**

Calculamos la cuota anual:

$$C_f = 95.000\ € \qquad i = \frac{r}{100} = \frac{5,5}{100} = 0,055 \qquad t = 12 \text{ años}$$

$$95.000 = C_0 \frac{(1+0,055)^{12} - 1}{0,055\,(1+0,055)^{12}} \rightarrow C_0 = \frac{9.932,725}{0,901} = 11.022,78\ €$$

La cuota anual es de 11.022,78 €.

Capital amortizado

Es el capital pagado después de quitar a la cuota, 11.022,78 €, los intereses.

Primer año:

$11.022,78 - 5.225 = 5.797,78\ €$

Segundo año:

$11.022,78 - 4.906,12 = 6.116,66\ €$

Capital pendiente

Es el capital que queda por pagar.

Primer año:

$95.000\ €$

Segundo año:

$95.000 - 5.797,78 = 89.202,22\ €$

Interés del período

Son los intereses generados por el capital que aún nos queda por pagar.

Primer año:

$95.000 \cdot 0,055 = 5.225\ €$

Segundo año:

$89.202,22 \cdot 0,055 = 4.906,12\ €$

Anualidad	Cuota anual (euros)	Intereses del período (euros)	Capital amortizado (euros)	Capital pendiente (euros)
2000				95.000,00
2001	11.022,78	5.225,00	5.797,78	89.202,22
2002	11.022,78	4.906,12	6.116,66	83.085,56
2003	11.022,78	4.569,71	6.453,07	76.632,49
2004	11.022,78	4.214,79	6.807,99	69.824,49
2005	11.022,78	3.840,35	7.182,43	62.642,06
2006	11.022,78	3.445,31	7.577,47	55.064,60
2007	11.022,78	3.028,55	7.994,23	47.070,37
2008	11.022,78	2.588,87	8.433,91	38.636,46
2009	11.022,78	2.125,01	8.897,77	29.738,68
2010	11.022,78	1.635,63	9.387,15	20.351,53
2011	11.022,78	1.119,33	9.903,45	10.448,09
2012	11.022,78	574,64	10.448,14	0

015 Elabora la tabla de amortización correspondiente a las 6 anualidades de un préstamo de 20.000 € al 6 % de interés anual.

016 Tenemos un préstamo de 60.000 € al 4,5 % a 15 años. Al cabo de 5 cuotas anuales cancelamos el préstamo. ¿Cuál es el capital pendiente en ese momento?

Amortizaciones inversas

Una **hipoteca inversa** es un producto bancario en el que una persona, en un determinado momento, ingresa una cantidad de dinero y, a cambio, la entidad bancaria le abona una cantidad anual fija para el resto de su vida.

Su funcionamiento es el mismo que en las anualidades de amortización, con la variante de que el plazo de amortización viene dado por las tablas de esperanza de vida realizadas por el Instituto Nacional de Estadística (INE).

Date cuenta

En la **hipoteca inversa** es frecuente que se entregue una vivienda por la que el cliente recibe una renta mensual durante el resto de su vida.

Ejemplo

12 **Al cumplir 70 años, un hombre deposita 40.000 € en un banco para recibir una cantidad anual durante toda su vida. Si la operación se hace al 4 % anual, ¿cuál será la cantidad anual que debe darle el banco?**

Si es un hombre de 70 años, según las tablas, su esperanza de vida es de 13,61 años.

$C = 40.000$ € $\qquad i = \frac{r}{100} = \frac{4}{100} = 0,04 \qquad t = 13,61$ años

$$40.000 = C_0 \frac{(1+0,04)^{13,61} - 1}{0,04(1+0,04)^{13,61}} \rightarrow C_0 = \frac{2.728,624}{0,705} = 3.870,38 \text{ €}$$

Esperanza de vida (años)

Edad	Hombres	Mujeres
0	76,96	83,48
5	72,37	78,83
10	67,41	73,87
15	62,47	68,91
20	57,63	63,97
25	52,82	59,05
30	48,01	54,12
35	43,23	49,22
40	38,53	44,36
45	33,92	39,57
50	29,46	34,84
55	25,18	30,18
60	21,08	25,60
65	17,19	21,12
70	**13,61**	16,81
75	10,37	12,80
80	7,62	9,25
85	5,43	6,36
90	3,74	4,21
95	2,13	2,28
100	0,50	0,50

Fuente: INE, 2005.

Plazos diferentes del plazo anual

Si la cuota que se devuelve al banco no es anual, sino que se realiza p veces al año, el cálculo del capital que amortizamos se hace considerando que el interés es la parte p del anual y que los períodos de tiempo son p veces el número de años.

El capital que se obtiene, C_f, con una cuota de amortización C_0 que realizamos p veces al año, a un rédito r % durante t años, se puede calcular como:

$$C_f = C_0 \frac{\left(1+\frac{i}{p}\right)^{p\cdot t} - 1}{\frac{i}{p}\left(1+\frac{i}{p}\right)^{p\cdot t}}, \text{ siendo } i = \frac{r}{100}$$

Ejemplo

13 **¿Cuál será la cantidad mensual, hasta su fallecimiento, que debe aportar el banco, si tiene 70 años y deposita 40.000 € al 4 % anual?**

$$40.000 = C_0 \frac{\left(1+\frac{0,04}{12}\right)^{12\cdot 13,61} - 1}{\frac{0,04}{12}\left(1+\frac{0,04}{12}\right)^{12\cdot 13,61}} \rightarrow C_0 = \frac{229,602}{0,722} = 318,01 \text{ €}$$

017 Julia ha ingresado 70.000 € a los 60 años, para recibirlos, a partir de los 65 años, en mensualidades durante el resto de su vida. Si el banco efectúa la operación al 5 % anual, ¿cuánto dinero recibirá cada mes?

018 Daniel ha hecho un plan de jubilación al 4 % anual en el que ingresa 600 € anuales durante 15 años. Tras este período, el banco le pagará mensualmente una cantidad durante toda su vida. ¿Cuál es esa cantidad?

Tasa Anual Equivalente (TAE)

Al depositar una cantidad de dinero o solicitar un préstamo en una entidad bancaria, la información sobre los intereses que se aplicarán a nuestro depósito o préstamo suele ser anual. Sin embargo, en ocasiones la cuota que recibimos por el depósito o que pagamos por el préstamo se hace en plazos inferiores a un año.

Para comparar las distintas informaciones sobre los tipos de interés que genera un depósito o un préstamo, independientemente de los períodos de liquidación, las entidades bancarias están obligadas a facilitar la **Tasa Anual Equivalente (TAE)**.

La **Tasa Anual Equivalente (TAE)** es el interés producido por 1 euro en un año, es decir, si r % es el rédito de la operación y p es el número de veces al año que se hace la liquidación, tenemos:

$$\text{TAE} = \left[\left(1 + \frac{i}{p}\right)^p - 1\right] \cdot 100, \text{ siendo } i = \frac{r}{100}$$

Ejemplo

14 Queremos contratar un préstamo al 6 % de interés anual en pagos mensuales, semestrales o anuales.

a) ¿Qué opción nos conviene?

b) ¿Y si fuese una cuenta en la que ingresamos periódicamente dinero y nos pagaran los intereses en esos plazos? ¿Qué opción nos convendría?

Pagos mensuales: $i = \frac{r}{100} = \frac{6}{100} = 0{,}06 \qquad p = 12$

$$\text{TAE} = \left[\left(1 + \frac{0{,}06}{12}\right)^{12} - 1\right] \cdot 100 = 6{,}17\%$$

Pagos semestrales: $i = 0{,}06 \qquad p = 2$

$$\text{TAE} = \left[\left(1 + \frac{0{,}06}{2}\right)^{2} - 1\right] \cdot 100 = 6{,}09\%$$

Pagos anuales: $i = 0{,}06 \qquad p = 1$

$$\text{TAE} = \left[\left(1 + \frac{0{,}06}{1}\right)^{1} - 1\right] \cdot 100 = 6\%$$

a) Al ser un préstamo nos interesa que el interés sea el mínimo; por tanto, es más conveniente realizar los pagos anuales.

b) En este caso nos interesa que el interés sea el máximo, y entonces convienen los pagos mensuales.

1. CÓMO SE CALCULA LA TAE DE PERÍODOS SUPERIORES A UN AÑO

28 Un banco ofrece un depósito bancario a 4 años en el que, al terminar este plazo, se devuelve el dinero más el 6 % del capital invertido. ¿Cuál es la TAE de este depósito?

SOLUCIÓN

PRIMERO. Se determina el número n, que es el número de años que se mantiene el capital invertido.

$$n = 4$$

SEGUNDO. Se aplica la fórmula de la Tasa Anual Equivalente, teniendo en cuenta que el número de liquidaciones es $\frac{1}{n}$ y, por tanto, el rédito hay que dividirlo entre $\frac{1}{n}$.

$$i = \frac{\frac{6}{4}}{100} = 0{,}015 \qquad \text{TAE} = \left[\left(1 + \frac{i}{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{n}} - 1\right] \cdot 100$$

$$\text{TAE} = \left[\left(1 + \frac{0{,}015}{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{4}} - 1\right] \cdot 100 = 1{,}467\,\%$$

La TAE del depósito es del 1,467 %.

2. CÓMO SE CALCULA LA TAE SI LOS INTERESES NO SON ANUALES

29 Un banco cobra de comisión a sus clientes el 2 % mensual por los descubiertos en sus cuentas corrientes. ¿Cuál es la TAE de esa comisión?

SOLUCIÓN

PRIMERO. Cuando los intereses no son anuales, se multiplican por el número de veces que se cobran en un año.

$$i = \frac{2}{100} = 0{,}02 \rightarrow i' = i \cdot 12 = 0{,}02 \cdot 12$$

SEGUNDO. Se aplica la fórmula de la Tasa Anual Equivalente, teniendo en cuenta el nuevo interés.

$$\text{TAE} = \left[\left(1 + \frac{i'}{p}\right)^{p} - 1\right] \cdot 100 =$$

$$= \left[\left(1 + \frac{0{,}02 \cdot 12}{12}\right)^{12} - 1\right] \cdot 100 = 26{,}82\,\%$$

La TAE de la comisión es del 26,82 %.

019 Halla la Tasa Anual Equivalente de un depósito financiero que ofrece el 4,75 % de interés anual con abonos de intereses trimestrales.

020 Una entidad bancaria abona intereses mensuales. En su publicidad se destaca que la TAE es del 4 %. ¿Cuál es el interés anual de la operación?

Números índice

Los **números índice** se utilizan cuando se necesita comparar cantidades de forma rápida y sencilla.

Estos números nos permiten estudiar las fluctuaciones de una o varias magnitudes en relación con el tiempo. Se elaboran fijando el índice 100 para cada magnitud en un determinado momento (**base** o **período base**) y se transforman los demás datos de manera proporcional.

Hazlo así

CÓMO ELABORAMOS UNA TABLA DE NÚMEROS ÍNDICE

Esta tabla muestra las cantidades de ocho alimentos diferentes, consumidas por persona y año en el período 2005-2008.

	2005	2006	2007	2008
Huevos (uds.)	162,2	155,6	149,3	143,4
Carne (kg)	54,2	53,1	52,0	50,6
Pescado (kg)	27,8	28,6	28,4	28,2
Leche (ℓ)	91,3	90,4	87,3	82,5
Pan (kg)	47,4	46,9	45,9	43,4

Elabora una tabla de números índice tomando como índice 100 los datos correspondientes a 2005.

PRIMERO. Tomamos los datos del año de referencia como 100.
En este caso, es el consumo de cada alimento durante el año 2005.

SEGUNDO. Tomando como referencia este dato ponderamos el resto. Para ello dividimos el dato correspondiente al nuevo año entre el dato correspondiente al año 2005, y lo multiplicamos por 100.

Ponderación de huevos consumidos en 2006: $\dfrac{\text{Huevos 2006} \rightarrow 155{,}6}{\text{Huevos 2005} \rightarrow 162{,}2} \cdot 100 = 95{,}93$

Ponderación de pescado consumido en 2007: $\dfrac{\text{Pescado 2007} \rightarrow 28{,}4}{\text{Pescado 2005} \rightarrow 27{,}8} \cdot 100 = 102{,}16$

TERCERO. Redondeamos el resultado y lo colocamos en la tabla en su lugar correspondiente.

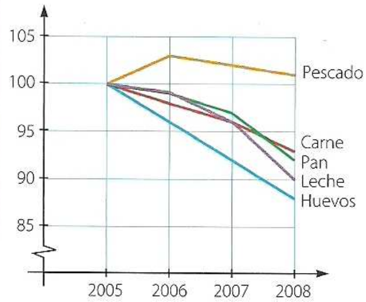
Número índice de huevos consumidos en 2006:

$$95{,}93 \xrightarrow{\text{Redondeo}} 96$$

Número índice de pescado consumido en 2007:

$$102{,}16 \xrightarrow{\text{Redondeo}} 102$$

	2005	2006	2007	2008
Huevos (uds.)	100	**96**	92	88
Carne (kg)	100	98	96	93
Pescado (kg)	100	103	**102**	101
Leche (ℓ)	100	99	96	90
Pan (kg)	100	99	97	92



021 Con base 2002, elabora la tabla de números índice de la evolución de la población en cuatro autonomías.

	2002	2004	2006	2008
Andalucía	7.403.968	7.606.848	7.849.799	8.059.461
Aragón	1.187.546	1.230.090	1.269.027	1.296.655
C. Valenciana	4.202.608	4.470.885	4.692.449	4.885.029
Extremadura	1.073.381	1.073.094	1.083.879	1.089.990

022 Elabora una tabla de números índice a partir de los datos de la tabla de la actividad anterior, tomando los datos de 2004 como índice 100.

a) ¿Qué diferencias sustanciales aprecias con respecto a la tabla de números índice de la actividad anterior?

b) Representa gráficamente la nueva tabla de números índice.

Índice de Precios de Consumo (IPC)

Entre los números índice más utilizados está el **Índice de Precios de Consumo (IPC)**, que mide estadísticamente la evolución de los precios de los bienes y servicios que consume la población española.

9.1. Ponderaciones en el IPC

Para elaborar el IPC se tiene en cuenta la importancia que tienen los diferentes productos en el consumo habitual. Por ejemplo, no presenta la misma influencia en el gasto del consumidor la subida de productos habituales en su consumo, como es el pan, como la de productos que se consumen con menor frecuencia, como, por ejemplo, los muebles.

La **cesta de la compra del IPC** es la relación de artículos que, junto a las ponderaciones, sirven para calcular el IPC.

	Grupo	Ponderación (%)
1	Alimentación y bebidas no alcohólicas	20,28
2	Bebidas alcohólicas y tabaco	2,67
3	Vestido y calzado	8,81
4	Vivienda	10,26
5	Menaje	6,67
6	Medicina	3,04
7	Transporte	15,20
8	Comunicaciones	3,68
9	Ocio y cultura	7,50
10	Enseñanza	1,47
11	Hoteles, cafés y restaurantes	11,87
12	Otros	8,57
	Total	**100,00**

Ejemplo

15 En esta tabla se muestran las variaciones en los 12 grupos que forman el IPC durante el mes de marzo de 2008. Halla la variación del IPC en ese mes.

Grupo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Variación (%)	0,4	0,9	0,1	−1,0	0,1	0,3	0,8	−0,2	1,4	0,1	0,4	0,2

Teniendo en cuenta la tabla de ponderaciones de la cesta de la compra del IPC:

$$0{,}4 \cdot 0{,}2028 + 0{,}9 \cdot 0{,}0267 + 0{,}1 \cdot 0{,}0881 + (-1) \cdot 0{,}1026 + 0{,}1 \cdot 0{,}0667 +$$
$$+ 0{,}3 \cdot 0{,}0304 + 0{,}8 \cdot 0{,}1520 + (-0{,}2) \cdot 0{,}0368 + 1{,}4 \cdot 0{,}0750 + 0{,}1 \cdot 0{,}0147 +$$
$$+ 0{,}4 \cdot 0{,}1187 + 0{,}2 \cdot 0{,}0857 = 0{,}405$$

Los precios subieron en marzo de 2008, aproximadamente, el 0,4 %.

9.2. Inflación y poder adquisitivo

La **inflación** es la disminución del valor del dinero en relación con la cantidad de bienes y servicios que se pueden comprar con él.

A partir de esta tabla se puede comprobar, por ejemplo, que 100 € al comienzo del año 2002 equivalen a 104 € al finalizar ese año.

Año	IPC (%)
2001	2,7
2002	4,0
2003	2,6
2004	3,2
2005	3,7
2006	2,7
2007	4,2

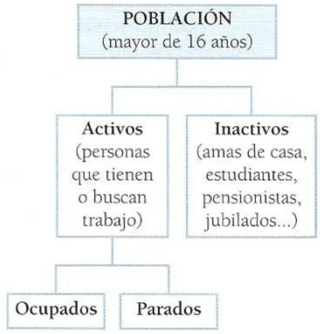
023 Tomando solo los 5 primeros grupos, con sus respectivas ponderaciones, y las variaciones correspondientes de la tabla del ejemplo, calcula el IPC de ese mes.

024 Halla el valor equivalente en 2007 a 100 € del año 2001 con los datos del IPC de la tabla anterior. Halla el valor equivalente en 2004 de 100 € del 2007.

Encuesta de Población Activa (EPA)

La **Encuesta de Población Activa (EPA)** es un número índice que sirve para determinar el porcentaje de población que realiza algún trabajo sobre el total de población activa. Se elabora, como ocurre con el IPC, por el Instituto Nacional de Estadística, y se publica trimestralmente. Para su elaboración se visitan 60.000 hogares. Los dos datos que se extraen de la EPA son:

- **Tasa de población activa:** porcentaje de la población que trabaja o que busca trabajo sobre el total de la población mayor de 16 años.
- **Tasa de paro:** porcentaje de trabajadores en paro sobre el total de la población activa.



Encuesta de Población Activa (EPA). Último trimestre de 2007

Comunidad autónoma	Población de 16 o más años	Activos	Tasa de actividad (%)	Parados	Tasa de paro (%)
Andalucía	6.600.100	3.745.600	56,74	524.100	13,99
Aragón	1.102.100	649.500	58,93	33.100	5,10
Asturias	936.900	476.300	50,84	38.700	8,13
Baleares	861.600	544.000	63,14	49.000	9,01
Canarias	1.688.900	1.024.300	60,65	112.800	11,01
Cantabria	490.400	276.300	56,34	12.800	4,63
Castilla y León	2.159.400	1.162.400	53,83	81.300	6,99
Castilla-La Mancha	1.644.800	925.400	56,26	73.600	7,95
Cataluña	6.049.100	3.799.100	62,80	251.800	6,63
C. Valenciana	4.086.900	2.472.300	60,49	223.200	9,03
Extremadura	900.200	480.900	53,42	70.500	14,66
Galicia	2.384.600	1.292.600	54,21	96.500	7,47
Madrid	5.137.700	3.283.200	63,90	209.400	6,38
Murcia	1.144.500	693.100	60,56	57.300	8,27
Navarra	503.200	303.600	60,33	13.000	4,28
País Vasco	1.834.100	1.059.300	57,76	60.700	5,73
La Rioja	263.700	157.700	59,80	8.900	5,64
Ceuta	56.400	30.400	53,87	5.800	19,15
Melilla	52.300	29.200	55,78	5.100	17,52
España	**37.896.900**	**22.404.600**	**59,12**	**1.927.600**	**8,60**

Ejemplo

16 Esta tabla muestra la tasa de paro por semestre durante 2006 y 2007. Represéntala gráficamente.

2006 1.^{er} s.	2006 2.° s.	2007 1.^{er} s.	2007 2.° s.
8,53	8,30	7,95	8,60