



Matemáticas: Análisis y Enfoques cuadernillo de fórmulas

Para ser utilizado durante la enseñanza de la asignatura y en los exámenes
Primeros exámenes: 2021

Versión 1.3

Índice

Conocimientos previos

NM y NS 2

Tema 1: Aritmética y álgebra

NM y NS 3

Únicamente NS 4

Tema 2: Funciones

NM y NS 5

Únicamente NS 5

Tema 3: Geometría y trigonometría

NM y NS 6

Únicamente NS 7

Tema 4: Estadística y probabilidad

NM y NS 9

Únicamente NS 10

Tema 5: Análisis

NM y NS 11

Únicamente NS 12

Conocimientos previos – NM y NS

Área de un paralelogramo	$A = bh$, donde b es la base y h es la altura
Área de un triángulo	$A = \frac{1}{2}(bh)$, donde b es la base y h es la altura
Área de un trapecio	$A = \frac{1}{2}(a + b)h$, donde a y b son los lados paralelos y h es la altura
Área de un círculo	$A = \pi r^2$, donde r es el radio
Longitud de la circunferencia	$C = 2\pi r$, donde r es el radio
Volumen de un ortoedro	$V = lwh$, donde l es la longitud, w es el ancho y h es la altura
Volumen de un cilindro	$V = \pi r^2 h$, donde r es el radio y h es la altura
Volumen de un prisma	$V = Ah$, donde A es el área de la sección transversal y h es la altura
Área de la superficie lateral de un cilindro	$A = 2\pi rh$, donde r es el radio y h es la altura
Distancia que hay entre dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2)	$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
Coordenadas del punto medio de un segmento de recta cuyos extremos son (x_1, y_1) y (x_2, y_2)	$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$

Tema 1: Aritmética y álgebra – NM y NS

NM 1.2	<p>El n-ésimo término de una progresión aritmética</p> <p>La suma de los n primeros términos de una progresión aritmética</p>	$u_n = u_1 + (n-1)d$ $S_n = \frac{n}{2}(2u_1 + (n-1)d); S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$
NM 1.3	<p>El n-ésimo término de una progresión geométrica</p> <p>La suma de los n primeros términos de una progresión geométrica</p>	$u_n = u_1 r^{n-1}$ $S_n = \frac{u_1(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{u_1(1 - r^n)}{1 - r}, r \neq 1$
NM 1.4	<p>Interés compuesto</p>	$FV = PV \times \left(1 + \frac{r}{100k}\right)^{kn}$ <p>donde FV es el valor futuro, PV es el valor presente (actual), n es el número de años, k es el número de períodos de composición del interés que hay en un año, $r\%$ es el tipo de interés nominal anual</p>
NM 1.5	<p>Potencias y logaritmos</p>	$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b, \text{ donde } a > 0, b > 0, a \neq 1$
NM 1.7	<p>Potencias y logaritmos</p>	$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ $\log_a x^m = m \log_a x$ $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$
NM 1.8	<p>Suma de los infinitos términos de una progresión geométrica</p>	$S_\infty = \frac{u_1}{1-r}, r < 1$
NM 1.9	<p>Teorema del binomio $n \in \mathbb{N}$</p>	$(a+b)^n = a^n + {}^n C_1 a^{n-1} b + \dots + {}^n C_r a^{n-r} b^r + \dots + b^n$ ${}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

Tema 1: Aritmética y álgebra – Únicamente NS

TANS 1.10	Combinaciones	${}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
	Permutaciones	${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$
	Ampliación del teorema del binomio $n \in \mathbb{Q}$	$(a+b)^n = a^n \left(1 + n \left(\frac{b}{a} \right) + \frac{n(n-1)}{2!} \left(\frac{b}{a} \right)^2 + \dots \right)$
TANS 1.12	Números complejos	$z = a + bi$
TANS 1.13	Forma módulo-argumental (polar) y forma exponencial (de Euler)	$z = r(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta) = r e^{i\theta} = r \operatorname{cis} \theta$
TANS 1.14	Teorema de De Moivre	$[r(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)]^n = r^n (\cos n\theta + i \operatorname{sen} n\theta) = r^n e^{in\theta} = r^n \operatorname{cis} n\theta$

Tema 2: Funciones – NM y NS

NM 2.1	Ecuaciones de la recta	$y = mx + c$; $ax + by + d = 0$; $y - y_1 = m(x - x_1)$
	Fórmula de la pendiente	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
NM 2.6	Eje de simetría del gráfico de una función cuadrática	$f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow$ el eje de simetría es $x = -\frac{b}{2a}$
NM 2.7	Soluciones de una ecuación cuadrática	$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a \neq 0$
	Discriminante	$\Delta = b^2 - 4ac$
NM 2.9	Funciones exponenciales y logarítmicas	$a^x = e^{x \ln a}$; $\log_a a^x = x = a^{\log_a x}$ donde $a, x > 0, a \neq 1$

Tema 2: Funciones – Únicamente NS

TANS 2.12	Suma y producto de las raíces de una ecuación polinómica que es de la forma $\sum_{r=0}^n a_r x^r = 0$	La suma es $\frac{-a_{n-1}}{a_n}$; el producto es $\frac{(-1)^n a_0}{a_n}$
------------------	--	---

Tema 3: Geometría y trigonometría – NM y NS

NM 3.1	<p>Distancia que hay entre dos puntos (x_1, y_1, z_1) y (x_2, y_2, z_2)</p> <p>Coordenadas del punto medio de un segmento de recta cuyos extremos son (x_1, y_1, z_1) y (x_2, y_2, z_2)</p> <p>Volumen de una pirámide recta</p> <p>Volumen de un cono recto</p> <p>Área de la superficie lateral de un cono</p> <p>Volumen de una esfera</p> <p>Área de la superficie de una esfera</p>	$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$ $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2} \right)$ $V = \frac{1}{3} Ah, \text{ donde } A \text{ es el área de la base y } h \text{ es la altura}$ $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h, \text{ donde } r \text{ es el radio y } h \text{ es la altura}$ $A = \pi r l, \text{ donde } r \text{ es el radio y } l \text{ es la generatriz}$ $V = \frac{4}{3} \pi r^3, \text{ donde } r \text{ es el radio}$ $A = 4\pi r^2, \text{ donde } r \text{ es el radio}$
NM 3.2	<p>Teorema del seno</p> <p>Teorema del coseno</p> <p>Área de un triángulo</p>	$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C; \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ $A = \frac{1}{2} ab \text{sen } C$
NM 3.4	<p>Longitud de un arco</p> <p>Área de un sector circular</p>	$l = r\theta, \text{ donde } r \text{ es el radio, } \theta \text{ es el ángulo en radianes}$ $A = \frac{1}{2} r^2 \theta, \text{ donde } r \text{ es el radio, } \theta \text{ es el ángulo en radianes}$

NM 3.5	Relación fundamental para $\tan \theta$	$\tan \theta = \frac{\text{sen } \theta}{\text{cos } \theta}$
NM 3.6	Relación fundamental (identidad pitagórica)	$\cos^2 \theta + \text{sen}^2 \theta = 1$
	Fórmulas del ángulo doble	$\text{sen } 2\theta = 2 \text{sen } \theta \text{cos } \theta$ $\text{cos } 2\theta = \cos^2 \theta - \text{sen}^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \text{sen}^2 \theta$

Tema 3: Geometría y trigonometría – Únicamente NS

TANS 3.9	Relaciones trigonométricas recíprocas	$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$ $\text{cosec } \theta = \frac{1}{\text{sen } \theta}$
	Relaciones trigonométricas fundamentales	$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$ $1 + \cot^2 \theta = \text{cosec}^2 \theta$
TANS 3.10	Fórmulas de la suma y diferencia de dos ángulos	$\text{sen}(A \pm B) = \text{sen } A \text{cos } B \pm \text{cos } A \text{sen } B$ $\text{cos}(A \pm B) = \text{cos } A \text{cos } B \mp \text{sen } A \text{sen } B$ $\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$
	Fórmula del ángulo doble para la tan	$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$
TANS 3.12	Módulo de un vector	$ \mathbf{v} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$, donde $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$

<p>TANS 3.13</p>	<p>Producto escalar</p> <p>Ángulo que forman dos vectores</p>	$\mathbf{v} \cdot \mathbf{w} = v_1 w_1 + v_2 w_2 + v_3 w_3, \text{ donde } \mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$ $\mathbf{v} \cdot \mathbf{w} = \mathbf{v} \mathbf{w} \cos \theta, \text{ donde } \theta \text{ es el ángulo que forman } \mathbf{v} \text{ y } \mathbf{w}$ $\cos \theta = \frac{v_1 w_1 + v_2 w_2 + v_3 w_3}{ \mathbf{v} \mathbf{w} }$
<p>TANS 3.14</p>	<p>Ecuación vectorial de una recta</p> <p>Forma paramétrica de la ecuación de la recta</p> <p>Forma cartesiana de la ecuación de una recta</p>	$\mathbf{r} = \mathbf{a} + \lambda \mathbf{b}$ $x = x_0 + \lambda l, y = y_0 + \lambda m, z = z_0 + \lambda n$ $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$
<p>TANS 3.16</p>	<p>Producto vectorial</p> <p>Área de un paralelogramo</p>	$\mathbf{v} \times \mathbf{w} = \begin{pmatrix} v_2 w_3 - v_3 w_2 \\ v_3 w_1 - v_1 w_3 \\ v_1 w_2 - v_2 w_1 \end{pmatrix}, \text{ donde } \mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$ $ \mathbf{v} \times \mathbf{w} = \mathbf{v} \mathbf{w} \sin \theta, \text{ donde } \theta \text{ es el ángulo que forman } \mathbf{v} \text{ y } \mathbf{w}$ $A = \mathbf{v} \times \mathbf{w} \text{ donde } \mathbf{v} \text{ y } \mathbf{w} \text{ constituyen dos lados adyacentes del paralelogramo}$
<p>TANS 3.17</p>	<p>Ecuación vectorial de un plano</p> <p>Ecuación de un plano (utilizando el vector normal)</p> <p>Ecuación cartesiana de un plano</p>	$\mathbf{r} = \mathbf{a} + \lambda \mathbf{b} + \mu \mathbf{c}$ $\mathbf{r} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{n}$ $ax + by + cz = d$

Tema 4: Estadística y probabilidad – NM y NS

NM 4.2	Rango intercuartil	$RIC = Q_3 - Q_1$
NM 4.3	Media (\bar{x}) de un conjunto de datos	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{n}$, donde $n = \sum_{i=1}^k f_i$
NM 4.5	Probabilidad de un suceso A	$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$
	Sucesos complementarios	$P(A) + P(A') = 1$
NM 4.6	Sucesos compuestos	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
	Sucesos incompatibles (mutuamente excluyentes)	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
	Probabilidad condicionada	$P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
	Sucesos independientes	$P(A \cap B) = P(A) P(B)$
NM 4.7	Valor esperado de una variable aleatoria discreta X	$E(X) = \sum x P(X = x)$
NM 4.8	Distribución binomial $X \sim B(n, p)$	
	Media	$E(X) = np$
	Varianza	$\text{Var}(X) = np(1 - p)$
NM 4.12	Variable normal tipificada o estandarizada	$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$

Tema 4: Estadística y probabilidad – Únicamente NS

TANS 4.13	Teorema de Bayes	$P(B A) = \frac{P(B) P(A B)}{P(B) P(A B) + P(B') P(A B')}$ $P(B_i A) = \frac{P(B_i) P(A B_i)}{P(B_1) P(A B_1) + P(B_2) P(A B_2) + P(B_3) P(A B_3)}$
TANS 4.14	Varianza σ^2 Desviación típica σ Transformación lineal de una variable aleatoria unidimensional Valor esperado de una variable aleatoria continua X Varianza Varianza de una variable aleatoria discreta X Varianza de una variable aleatoria continua X	$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \mu)^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{n} - \mu^2$ $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \mu)^2}{n}}$ $E(aX + b) = aE(X) + b$ $\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X)$ $E(X) = \mu = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$ $\text{Var}(X) = E[(X - \mu)^2] = E(X^2) - [E(X)]^2$ $\text{Var}(X) = \sum (x - \mu)^2 P(X = x) = \sum x^2 P(X = x) - \mu^2$ $\text{Var}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx - \mu^2$

Tema 5: Análisis – NM y NS

NM 5.3	Derivada de x^n	$f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$
NM 5.5	Integral de x^n Área entre una curva $y = f(x)$ y el eje x , donde $f(x) > 0$	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$ $A = \int_a^b y dx$
NM 5.6	Derivada de $\sin x$ Derivada de $\cos x$ Derivada de e^x Derivada de $\ln x$ Regla de la cadena Regla del producto Regla del cociente	$f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x$ $f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x$ $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$ $f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$ $y = g(u), \text{ donde } u = f(x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$ $y = uv \Rightarrow \frac{dy}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$ $y = \frac{u}{v} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$
NM 5.9	Aceleración Distancia recorrida entre t_1 y t_2 Desplazamiento entre t_1 y t_2	$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$ distancia = $\int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$ desplazamiento = $\int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$

NM 5.10	Integrales inmediatas	$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$ $\int \operatorname{sen} x dx = -\cos x + C$ $\int \cos x dx = \operatorname{sen} x + C$ $\int e^x dx = e^x + C$
NM 5.11	Área de la región que está delimitada por una curva y por el eje x	$A = \int_a^b y dx$

Tema 5: Análisis – Únicamente NS

TANS 5.12	Derivada de $f(x)$ partiendo de la propia definición de derivada	$y = f(x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right)$
TANS 5.15	Derivadas inmediatas $\tan x$ $\sec x$ $\operatorname{cosec} x$ $\cot x$ a^x $\log_a x$ $\operatorname{arcsen} x$ $\operatorname{arccos} x$ $\operatorname{arctan} x$	$f(x) = \tan x \Rightarrow f'(x) = \sec^2 x$ $f(x) = \sec x \Rightarrow f'(x) = \sec x \tan x$ $f(x) = \operatorname{cosec} x \Rightarrow f'(x) = -\operatorname{cosec} x \cot x$ $f(x) = \cot x \Rightarrow f'(x) = -\operatorname{cosec}^2 x$ $f(x) = a^x \Rightarrow f'(x) = a^x (\ln a)$ $f(x) = \log_a x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x \ln a}$ $f(x) = \operatorname{arcsen} x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $f(x) = \operatorname{arccos} x \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $f(x) = \operatorname{arctan} x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

TANS 5.15	Integrales inmediatas	$\int a^x dx = \frac{1}{\ln a} a^x + C$ $\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{x}{a}\right) + C$ $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsen\left(\frac{x}{a}\right) + C, \quad x < a$
TANS 5.16	Integración por partes	$\int u \frac{dv}{dx} dx = uv - \int v \frac{du}{dx} dx \quad \text{o} \quad \int u dv = uv - \int v du$
TANS 5.17	<p>Área de la región que está delimitada por una curva y por el eje y</p> <p>Volumen de revolución alrededor del eje x o del eje y</p>	$A = \int_a^b x dy$ $V = \int_a^b \pi y^2 dx \quad \text{o} \quad V = \int_a^b \pi x^2 dy$
TANS 5.18	<p>Método de Euler</p> <p>Factor integrante para $y' + P(x)y = Q(x)$</p>	<p>$y_{n+1} = y_n + h \times f(x_n, y_n)$; $x_{n+1} = x_n + h$, donde h es una constante (denominada 'paso')</p> $e^{\int P(x) dx}$
TANS 5.19	<p>Serie de Maclaurin</p> <p>Serie de Maclaurin de funciones especiales</p>	$f(x) = f(0) + x f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \dots$ $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots$ $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots$ $\text{sen } x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$ $\text{cos } x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$ $\text{arctan } x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots$