DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD para hacer en casa

1
M00
P1#12

The probability distribution of a discrete random variable X is given by

$$P(X = x) = k\left(\frac{2}{3}\right)^x, \text{ for } x = 0, 1, 2, \ldots\ldots$$

Find the value of k.

2
M08
TZ2
P1#1

La distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta X viene dada por

$$P(X = x) = cx(5-x),\ x = 1;\ 2;\ 3;\ 4.$$

(a) Halle el valor de c.

(b) Halle $E(X)$.

3
M10
TZ2
P2#2

Una variable aleatoria discreta X tiene la distribución de probabilidad dada en la siguiente tabla.

x	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
$P(X=x)$	0,15	0,21	p	q	0,13	0,07

(a) Si $E(X) = 2,61$, determine el valor de p y de q.

(b) Calcule $\mathrm{Var}(X)$, con una aproximación de tres cifras significativas.

4
N08
P1#8

John le quita la etiqueta a tres latas de sopa de tomate y a dos latas de sopa de pollo para participar en un sorteo, y guarda las latas. En ese momento, se da cuenta de que las latas son idénticas, por lo que no es posible distinguir las latas de sopa de tomate de las de sopa de pollo. Unas semanas más tarde, decide almorzar sopa de pollo. Abre las latas al azar, hasta abrir una lata de sopa de pollo. Sea Y el número de latas que abre.

Halle

(a) los posibles valores de Y,

(b) la probabilidad de cada uno de estos valores de Y,

(c) el valor esperado de Y.

5
N01
P1#1

A coin is biased so that when it is tossed the probability of obtaining heads is $\frac{2}{3}$. The coin is tossed 1800 times. Let X be the number of heads obtained. Find

(a) the mean of X;

(b) the standard deviation of X.

6
M08 TZ2 P2#7

A lo largo de un período de un mes, Ava y Sven juegan un total de n partidos de tenis.

La probabilidad de que Ava gane un partido es igual a 0,4. El resultado de cada partido jugado es independiente de cualquier otro partido jugado.

Sea X el número de partidos que ha ganado Ava a lo largo de un período de un mes.

(a) Halle una expresión para $\mathrm{P}(X=2)$ en función de n.

(b) Si la probabilidad de que Ava gane dos partidos es igual a 0,121 redondeando a tres cifras decimales, halle el valor de n.

7
M04 TZ1 P1#12

Marian shoots ten arrows at a target. Each arrow has probability 0.4 of hitting the target, independently of all other arrows. Let X denote the number of these arrows hitting the target.

(a) Find the mean and standard deviation of X.

(b) Find $\mathrm{P}(X \geq 2)$.

8
Muestra 06 P1#17 Muestra 08 P2#7

The random variable X has a Poisson distribution with mean 4. Calculate

(a) $\mathrm{P}(3 \leq X \leq 5)$;

(b) $\mathrm{P}(X \geq 3)$;

(c) $\mathrm{P}(3 \leq X \leq 5 | X \geq 3)$.

9
N07 P2#3

En una carretera dada, hay una media de dos accidentes graves por semana, pudiéndose ajustar estos sucesos a una distribución de Poisson.

(a) (i) ¿Cuál es la probabilidad de que durante un periodo dado de cuatro semanas haya al menos ocho accidentes graves?

(ii) Suponga que un año consta de trece periodos de cuatro semanas cada uno. Halle la probabilidad de que, durante un año dado, haya más de nueve de estos periodos (de cuatro semanas) en los que haya habido al menos ocho accidentes graves.

(b) Sabiendo que la probabilidad de que haya al menos un accidente grave a lo largo de un periodo de n semanas es mayor que 0,99, halle el menor valor de n posible, con $n \in \mathbb{Z}^+$.

10
M09 TZ1 P2#4

Mr Lee is planning to go fishing this weekend. Assuming that the number of fish caught per hour follows a Poisson distribution with mean 0.6, find

(a) the probability that he catches at least one fish in the first hour;

(b) the probability that he catches exactly three fish if he fishes for four hours;

(c) the number of **complete** hours that Mr Lee needs to fish so that the probability of catching more than two fish exceeds 80 %.

11
M01
P1#13

Z is the standardised normal random variable with mean 0 and variance 1. Find the value of a such that $P(|Z| \leq a) = 0.75$.

12
M02
P1#11

Los pesos de cierta especie de pájaro tienen distribución normal, con una media de 0,8 kg y una desviación típica de 0,12 kg. Halle la probabilidad de que el peso de un pájaro de la especie, elegido en forma aleatoria, esté entre 0,74 kg y 0,95 kg.

13
M04
TZ1
P1#12

The weights of adult males of a type of dog may be assumed to be normally distributed with mean 25 kg and standard deviation 3 kg. Given that 30 % of the weights lie between 25 kg and x kg, where $x > 25$, find the value of x.

14
N03
P2#5

Una variable aleatoria X está normalmente distribuida con media μ y desviación típica σ de modo que $\mathrm{P}(X > 50{,}32) = 0{,}119$ y $\mathrm{P}(X < 43{,}56) = 0{,}305$.

(a) Calcule μ y σ.

(b) A partir de lo anterior halle $\mathrm{P}(|X - \mu| < 5)$.

15
N08
P2#11

(a) Se considera que una caja de galletas tiene un peso insuficiente si pesa menos de 228 gramos. Se sabe que los pesos de estas cajas de galletas siguen una distribución normal, con una media de 231 gramos y una desviación típica de 1,5 gramos. ¿Cuál es la probabilidad de que una caja tenga un peso insuficiente?

(b) El fabricante decide que la probabilidad de que una caja tenga un peso insuficiente debería reducirse hasta un valor de 0,002.

(i) Bill sugiere aumentar la media y no modificar la desviación típica. Halle el valor de la nueva media.

(ii) Sarah sugiere reducir la desviación típica y no modificar la media. Halle el valor de la nueva desviación típica.

(c) Después de haberse reducido a 0,002 la probabilidad de que una caja tenga un peso insuficiente, un grupo de clientes compra 100 cajas de galletas. Halle la probabilidad de que al menos dos de las cajas tengan un peso insuficiente.

16
N09
P2#6

Tim va a un conocido restaurante donde no se puede reservar mesa. Se ha determinado que los tiempos de espera hasta que se consigue una mesa siguen una distribución normal, de media 18 minutos y desviación típica 4 minutos.

(a) Tim dice que se marchará si 25 minutos después de haber llegado al restaurante todavía no ha conseguido mesa. Halle la probabilidad de que Tim se vaya del restaurante sin haber conseguido mesa.

(b) Tim lleva esperando 15 minutos. Halle la probabilidad de que Tim consiga una mesa durante los próximos cinco minutos.

17
N02
P2#5

(a) La probabilidad $P(A)$ de que todos los materiales lleguen puntualmente a una obra en construcción es de 0,85. La probabilidad $P(B)$ de que el edificio se termine a tiempo es de 0,60. La probabilidad de que los materiales lleguen a tiempo y que el edificio se termine a tiempo es de 0,55.

(i) Muestre que los sucesos A y B **no** son independientes.

(ii) Todos los materiales llegan a tiempo. Halle la probabilidad de que el edificio no sea terminado a tiempo.

(b) Un equipo de diez personas estaba trabajando en el edificio, e incluía tres electricistas y dos plomeros. El arquitecto convocó a una reunión con cinco de las personas del equipo, y eligió al azar a las personas que debían asistir. Calcule la probabilidad de que sean llamados a la reunión **exactamente dos** electricistas y **un** plomero.

(c) El número de horas semanales que trabajan los integrantes del equipo tiene distribución normal, con una media de 42 horas. El 10 % del equipo trabaja 48 o más horas por semana. Halle la probabilidad de que **ambos** plomeros hayan trabajado más de 40 horas durante una semana determinada.

18
M08
TZ2
P1#11

Las distancias recorridas por los alumnos para ir a clase al colegio Gauss siguen una distribución normal de media 6 km y con una desviación típica 1,5 km.

(a) (i) Halle la probabilidad de que la distancia recorrida hasta el colegio Gauss por un alumno elegido al azar esté comprendida entre 4,8 km y 7,5 km.

(ii) El 15 % de los alumnos recorre menos de d km para ir al colegio Gauss. Halle el valor de d.

En el colegio Euler, las distancias que recorridas los alumnos para ir a clase siguen una distribución normal de media μ km y con una desviación típica σ km.

(b) Si el 10 % de los alumnos recorre más de 8 km y el 5 % de los alumnos recorre menos de 2 km, halle el valor de μ y el de σ.

El número T de llamadas telefónicas recibidas por minuto en el colegio Euler sigue una distribución de Poisson de media 3,5.

(c) (i) Halle la probabilidad de que al menos tres llamadas telefónicas sean recibidas en el colegio Euler **en cada uno** de dos intervalos seguidos de un minuto.

(ii) Halle la probabilidad de que en el colegio Euler se reciban 15 llamadas telefónicas durante un intervalo de cinco minutos elegido al azar.

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD para hacer en clase

19 Demuestra que la siguiente función cumple los requisitos para ser distribución de probabilidad de la variable aleatoria discreta X con infinitos valores enteros 1, 2, ….

$$P(X = x) = 2^{-x}, \text{ para } x = 1, 2, 3, ...$$

20
M05 TZ2
P1#3

La siguiente tabla muestra la distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta X.

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	0,2	a	b	0,25

(a) Sabiendo que $E(X) = 1{,}55$ halle el valor de a y de b.

(b) Calcule $\mathrm{Var}(X)$.

21
Muestra
08
P1#29

A discrete random variable X has its probability distribution given by

$$P(X = x) = k(x+1), \text{ where } x \text{ is } 0, 1, 2, 3, 4.$$

(a) Show that $k = \dfrac{1}{15}$.

(b) Find $E(X)$.

22
M02
P2#4

Dos niños, Juan y Rosa, arrojan cada uno dos dados equilibrados simultáneamente. La puntuación obtenida por cada niño es la suma de los dos números que muestran sus respectivos dados.

(a) (i) Calcule la probabilidad de que Juan obtenga 9 puntos .

(ii) Calcule la probabilidad de que Juan y Rosa obtengan ambos 9 puntos.

(b) (i) Calcule la probabilidad de que Juan y Rosa obtengan el mismo número de puntos.

(ii) Deduzca la probabilidad de que Juan obtenga más puntos que Rosa.

(c) Sea X el mayor número que aparece en los cuatro dados.

(i) Demuestre que $P(X \le x) = \left(\dfrac{x}{6}\right)^4$, para $x = 1, 2, ... 6$

(ii) Copie y rellene la siguiente tabla de distribución de probabilidad

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	$\frac{1}{1296}$	$\frac{15}{1296}$				$\frac{671}{1296}$

(iii) Calcule $E(X)$.

23
M01
P1#15

X is a binomial random variable, where the number of trials is 5 and the probability of success of each trial is p. Find the values of p if $P(X = 4) = 0.12$.

24
M03
P1#6

Cuando un muchacho juega a un juego de feria, la probabilidad de que gane un premio es de 0,25. Juega al juego 10 veces. Sea X el número total de premios que gana. Suponiendo que los juegos son independientes, halle

(a) $\mathrm{E}(X)$;

(b) $\mathrm{P}(X \le 2)$.

25
Muestra 06
P1#15
Muestra 08 P2#6

There are 30 students in a class, of which 18 are girls and 12 are boys. Four students are selected at random to form a committee. Calculate the probability that the committee contains

(a) two girls and two boys;

(b) students all of the same gender.

26
M02
P1#9

Cuando Juan arroja una piedra contra un blanco, la probabilidad de que acierte en el blanco es de 0,4. Juan arroja una piedra 6 veces.

(a) Halle la probabilidad de que acierte en el blanco **exactamente** 4 veces.

(b) Halle la probabilidad de que acierte por primera vez en el blanco la tercera vez que arroja una piedra.

27
M10 TZ1
P2#12

Casualties arrive at an accident unit with a mean rate of one every 10 minutes. Assume that the number of arrivals can be modelled by a Poisson distribution.

(a) Find the probability that there are no arrivals in a given half hour period.

(b) A nurse works for a two hour period. Find the probability that there are fewer than ten casualties during this period.

(c) Six nurses work consecutive two hour periods between 8am and 8pm. Find the probability that no more than three nurses have to attend to less than ten casualties during their working period.

(d) Calculate the time interval during which there is a 95 % chance of there being at least two casualties.

28
N08
P2#7

(a) Ahmed está escribiendo con el ordenador las preguntas de la Sección A de un examen de matemáticas. El número de errores que comete, X, sigue una distribución de Poisson de media 3,2. Halle la probabilidad de que Ahmed cometa exactamente cuatro errores.

(b) Su colega Levi está escribiendo con el ordenador la Sección B del examen. El número de errores que comete, Y, sigue una distribución de Poisson de media m.

(i) Si $\mathrm{E}(Y^2) = 5{,}5$, halle el valor de m.

(ii) Halle la probabilidad de que Levi cometa exactamente tres errores.

(c) Sabiendo que X e Y son independientes, halle la probabilidad de que Ahmed cometa exactamente cuatro errores y Levi cometa exactamente tres errores.

29 M10 TZ2 P2#6

La variable aleatoria X sigue una distribución de Poisson de media λ.

(a) Halle λ, si $P(X=0)+P(X=1)=0{,}123$.

(b) Con este valor de λ, halle $P(0<X<9)$.

30 M05 TZ1 P1#6

Let X be a normal random variable with mean 25 and variance 4. Find $P(|X-25|<3)$.

31 Muestra 06 P1#8

The speeds of cars at a certain point on a straight road are normally distributed with mean μ and standard deviation σ. 15 % of the cars travelled at speeds greater than 90 km h^{-1} and 12 % of them at speeds less than 40 km h^{-1}. Find μ and σ.

32 M10 TZ1 P2#8

In a factory producing glasses, the weights of glasses are known to have a mean of 160 grams. It is also known that the interquartile range of the weights of glasses is 28 grams. Assuming the weights of glasses to be normally distributed, find the standard deviation of the weights of glasses.

33 M11 TZ2 P2#6

Los pesos de los peces que hay en un lago siguen una distribución normal de media 1,3 kg y desviación típica igual a 0,2 kg.

(a) Determine la probabilidad de que un pez que acabamos de pescar en el lago pese menos de 1,4 kg.

(b) Juan pesca 6 peces. Calcule la probabilidad de que al menos 4 de estos peces pesen más de 1,4 kg.

(c) Determine la probabilidad de que un pez que acabamos de pescar en el lago pese menos de 1 kg, sabiendo que pesa menos de 1,4 kg.

34 M00 P2#14

A machine is set to produce bags of salt, whose weights are distributed normally, with a mean of 110 g and standard deviation of 1.142 g. If the weight of a bag of salt is less than 108 g, the bag is rejected. With these settings, 4% of the bags are rejected.

The settings of the machine are altered and it is found that 7% of the bags are rejected.

(a) (i) If the mean has not changed, find the new standard deviation, **correct to three decimal places**.

The machine is adjusted to operate with this new value of the standard deviation.

(ii) Find the value, **correct to two decimal places**, at which the mean should be set so that only 4% of the bags are rejected.

(b) With the new settings from part (a), it is found that 80% of the bags of salt have a weight which lies between A g and B g, where A and B are symmetric about the mean. Find the values of A and B, giving your answers **correct to two decimal places**.

35
M05 TZ2
P2#4

Una empresa compra el 44 % de sus existencias de tornillos al fabricante A y el resto al fabricante B. El diámetro de los tornillos producidos por cada fabricante sigue una distribución normal con una desviación típica de 0,16 mm.

El diámetro medio de los tornillos del fabricante A es de 1,56 mm.
El 24,2 % de los tornillos del fabricante B tiene un diámetro menor de 1,52 mm.

(a) Halle el diámetro medio de los tornillos producidos por el fabricante B.

Se elige un tornillo al azar del stock de la empresa.

(b) Compruebe que la probabilidad de que el diámetro sea menor de 1,52 mm es 0,312, aproximando a tres cifras significativas.

(c) El diámetro del tornillo ha resultado ser menor de 1,52 mm. Halle la probabilidad de que el tornillo sea del fabricante B.

(d) El fabricante B produce 8000 tornillos al día. Obtiene un beneficio de \$ 1,50 por cada tornillo vendido, a condición de que su diámetro mida entre 1,52 mm y 1,83 mm.
Los tornillos con diámetro menor de 1,52 mm se desechan con una pérdida de \$ 0,85 por tornillo.
Los tornillos con diámetro mayor de 1,83 mm se venden con un beneficio reducido de \$ 0,50 por tornillo.

Halle el beneficio esperado del fabricante B.

36
M09 TZ2
P2#11

Un estudio realizado en una planta embotelladora ha demostrado que el volumen de bebida en las botellas de agua mineral que se llenan con la **Máquina A** sigue una distribución normal, de media 998 ml y desviación típica 2,5 ml.

(a) Compruebe que la probabilidad de que una botella escogida al azar entre las botellas llenadas con la Máquina A contenga más de 1000 ml de agua mineral es de 0,212.

(b) Se toma de la Máquina A una muestra aleatoria compuesta por 5 botellas. Halle la probabilidad de que de ellas, exactamente 3 contengan más de 1000 ml de agua mineral cada una.

(c) Halle el número mínimo de botellas que habría que incluir en la muestra, para que la probabilidad de que al menos una de las botellas tomadas de la Máquina A contenga más de 1000 ml de agua mineral sea mayor que 0,99.

(d) Se ha demostrado que, para la **Máquina B**, la probabilidad de que una botella contenga menos de 996 ml de agua mineral es de 0,1151. La probabilidad de que una botella contenga más de 1000 ml es de 0,3446. Halle la media y la desviación típica del volumen de agua mineral que contienen las botellas que se llenan con la Máquina B.

(e) La empresa que embotella el agua mineral recibe, en promedio, m llamadas telefónicas cada 10 minutos. El número de llamadas telefónicas, X, sigue una distribución de Poisson tal que $\mathrm{P}(X=2)=\mathrm{P}(X=3)+\mathrm{P}(X=4)$.

(i) Halle el valor de m.

(ii) Halle la probabilidad de que, durante un período de 10 minutos elegido al azar, la empresa reciba más de dos llamadas telefónicas.

37
M15 TZ2
P2#4

A Emma le regalan un teléfono móvil nuevo para su cumpleaños y en él recibe mensajes de texto de sus amigos. Se supone que el número de mensajes de texto que Emma recibe al día sigue una distribución de Poisson de media $m = 5$.

(a) (i) Halle la probabilidad de que en un día dado Emma reciba más de 7 mensajes de texto.

(ii) Determine el número esperado de días a la semana en los que Emma recibe más de 7 mensajes de texto.

(b) Halle la probabilidad de que Emma reciba menos de 30 mensajes de texto a lo largo de una semana dada.

38
M14 TZ2
P1#11b

En un paquete de siete transistores, hay tres que son defectuosos. Se eligen al azar tres transistores del paquete, sin reposición. La variable aleatoria discreta X representa el número de transistores defectuosos que se han elegido.

(i) Halle $\mathrm{P}(X = 2)$.

(ii) **Copie** y complete la siguiente tabla.

x	0	1	2	3
$\mathrm{P}(X = x)$				

(iii) Determine $\mathrm{E}(X)$.