## Rectas tangente y normal a una curva

**25** Halla la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = \dfrac{-2}{x}$ en el punto de abscisa $x = 2$.

**26** Dada la función $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$, calcula la pendiente de la tangente a la gráfica de la función $f$ en el punto de abscisa $x = -1$.

***(Baleares. Junio 2002. Opción B. Cuestión 6)***

**27** Dada la función: $f(x) = \begin{cases} 16 - x^2 & \text{si } -2 \leq x < 2 \\ x^2 & \text{si } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$ calcular la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en $x = 1$.

***(Castilla-La Mancha. Junio 2002. Bloque 2. Ejercicio A)***

**28** Dada la función $f(x) = \dfrac{x}{x-2}$, ¿existe algún punto de la gráfica en el que la recta tangente tenga pendiente positiva? Justifica la respuesta.

***(Galicia. Septiembre 2001. Bloque 2. Ejercicio 1)***

**29** Halla la ecuación de la tangente a la gráfica de cada una de estas funciones en los puntos que se indican.

a) $y = \operatorname{sen} x + x$, en $x = \pi$.

b) $y = \dfrac{x^4 - 3}{x}$, en $x = -1$.

c) $y = \ln(x^2 + 7)$, en $x = 0$.

d) $y = 3^{x+1}$, en $x = -1$.

**30** Determina la ecuación de la tangente a la parábola $y = \dfrac{1}{2}x^2$ en el punto $A(2, 2)$.

**31** Calcula la ecuación de la recta tangente a la curva $x^2 + 16y^2 - 16 = 0$ en el punto de abscisa 3 y ordenada positiva.

**32** Determina la ecuación de la recta tangente a la curva $4x^2 - 9y^2 - 36 = 0$ en el punto de abscisa 4 y ordenada positiva.

**33** Se considera la función $f(x) = \dfrac{x}{x-2}$.
Obtén la expresión de la recta tangente a dicha función en $x = 3$.

***(Castilla y León. Septiembre 2006. Bloque A. Pregunta 2)***

**34** Dada la función $f(x) = \dfrac{x}{1 - x^2}$, hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en $x = 0$.

***(Madrid. Junio 2003. Opción B. Ejercicio 2)***

**35** Sea la función $f(x) = \dfrac{(x-1)(x-2)}{x^2}$.
Calcula la ecuación de la recta tangente a la curva en $x = -3$.

***(La Rioja. Junio 2004. Parte C. Problema 1)***

**36** Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = (x + 1)\,e^{-x}$ en el punto de corte de $f(x)$ con el eje $X$.

**37** Se considera la función $f(x) = \dfrac{2x}{x+5}$.
Determinar los valores de $a$ y $b$ para que la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto $x = -3$ sea $y = ax + b$.

***(Aragón. Septiembre 2004. Opción A. Cuestión 2)***

**38** Halle los valores de $a$ y $b$ para que la recta tangente a la gráfica de $f(x) = ax^2 - b$ en el punto $(1, 5)$ sea la recta $y = 3x + 2$.

***(Andalucía. Junio 2007. Opción B. Ejercicio 2)***

**39** Determina las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de la función $y = \ln x$ en el punto de abscisa $x = 1$.

**40** Obtén las ecuaciones de las rectas tangente y normal a las siguientes curvas en los puntos que se indican.

a) $y = xe^{\sqrt{x}}$, en $x = 4$.

b) $y = \operatorname{arc\,sen} \sqrt{x}$, en $x = 1$.

**41** Determina las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de $g(x) = |x^2 - 9|$ en el punto de abscisa $x = 2$.

**42** Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva $y = x^3 + x^2 - 6x + 1$ en el punto de ordenada 1 y abscisa positiva.

**43** Determina en qué puntos de la gráfica de la función $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$, la recta tangente a la misma es paralela a la recta $y = x + 7$.

Escribe las ecuaciones de las rectas tangente y normal en los puntos obtenidos.

**44** Calcula el valor de $a$ para que la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = -ax^2 + 5x - 4$, en el punto de abscisa 3, corte al eje $X$ en el punto $x = 5$.
¿Cuál es la ecuación de la recta normal?

**45** Dada la función $f(x) = -x^2 + bx + c$, calcula los valores $b$ y $c$ si esa función pasa por el punto $(1, 4)$ y en ese punto la ecuación de la recta tangente es $y = 4$.

***(Galicia. Junio 2001. Bloque 2. Ejercicio 2)***

**46** Halla los valores de $a$, $b$ y $c$ para que las gráficas de las funciones $f(x) = x^2 + ax + b$ y $g(x) = x^3 + c$ pasen por el punto $(1, 2)$ y en ese punto tengan la misma tangente.

**47** Obtén el punto de la curva $y = \sqrt{x}$ en el cual la recta tangente es paralela a la recta $y = \dfrac{1}{2}x$.

**48** Halla los puntos de la gráfica de $f(x) = x^3 - 3x^2 + x$ en los cuales la recta tangente es paralela a la recta $y = x$.

**49** Determina el punto de la parábola $y = x^2 - 7x + 3$ en el cual la recta tangente que pasa por dicho punto es paralela a la recta $y = -5x + 5$.

**50** Encontrar el dominio de la función $y = \log(1 + x + x^2)$ y los puntos en los que la tangente a la curva es paralela a la bisectriz del primer cuadrante.

Nota: log significa logaritmo neperiano.

***(País Vasco. Julio 2007. Apartado B. Ejercicio 1)***

**51** Halla la ecuación de la parábola $y = x^2 + bx + c$ cuya recta tangente en el punto (1, 1) es paralela a la bisectriz del primer cuadrante.

**52** Halle los valores de $a$, $b$ y $c$ para que la curva $f(x) = ax^2 + bx + c$ pase por el punto (1, 3) y sea tangente en el origen de coordenadas a la bisectriz del primer cuadrante.

***(Navarra. Septiembre 2005. Ejercicio 2. Opción B)***

**53** Considere la función $f(x) = \dfrac{3 - 2x}{x}$.

a) Halle los puntos de la gráfica en los que la recta tangente es paralela a la recta $3x + 4y + 5 = 0$.

b) Calcule las ecuaciones de dichas rectas tangentes.

***(Cataluña. Junio 2006. Cuestión 1)***

**54** Considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} -x + 1 & \text{si } x \le 1 \\ -x^2 + 4x - 3 & \text{si } 1 < x \le 3 \\ \dfrac{x - 3}{x} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Determina el punto de la gráfica en el que la recta tangente tiene pendiente 0.

¿Qué más se puede afirmar de ese punto? Justifica la respuesta.

***(Galicia. Junio 2003. Bloque 2. Ejercicio 2)***

**55** Dibujar la parábola $f(x) = x^2 - 6x + 8$.

a) ¿En qué punto de la gráfica la tangente es paralela al eje de abscisas?

b) Hallar la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto $P(2, 0)$.

***(Murcia. Septiembre 2005. Bloque 3. Cuestión 2)***

**56** Sea $f$ la función con dominio los números reales menos el cero definida por $f(x) = \dfrac{4}{x}$.

a) Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de $f$ en el punto de abscisa $x = 2$.

b) Determina los puntos $A$ y $B$ de la gráfica de $f$ para los que las rectas tangentes en $A$ y $B$ se cortan en el punto $(4, -8)$.

## Crecimiento y decrecimiento

**57** Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, así como los máximos y los mínimos, de las siguientes funciones polinómicas.

a) $f(x) = x^2(x + 1)$

b) $g(x) = -x^4 + 3x^2 - 2x$

c) $h(x) = 8x + 6x^2 - x^4$

d) $i(x) = -x^3 + x^2 - 1$

e) $j(x) = |x^2 - 2|$

**58** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, y los extremos relativos, de estas funciones racionales.

a) $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$

b) $g(x) = \dfrac{40 - 5x}{10 - x}$

c) $h(x) = \dfrac{x}{x^2 + 2}$

d) $i(x) = \dfrac{x^3}{x - 5}$

**59** Considere la función $f(x) = \dfrac{x^2}{2x - 1}$.

a) Halle la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = 2$.

b) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los extremos, si existen.

***(Cataluña. Septiembre 2007. Cuestión 1)***

**60** Calcula los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, así como los máximos y los mínimos, de estas funciones exponenciales.

a) $f(x) = 3x^2e^x$

b) $g(x) = (x + 3)e^x$

c) $h(x) = 6xe^{-x}$

d) $i(x) = e^{x^2 + 2x + 1}$

**61** Estudia el crecimiento y decrecimiento, y los extremos relativos, de las siguientes funciones logarítmicas.

a) $f(x) = \dfrac{1}{x} + \ln x$

b) $g(x) = \dfrac{\ln x}{x^2}$

c) $h(x) = x \ln \sqrt{x}$

d) $i(x) = \dfrac{x}{\ln x}$

**62** Estudia el crecimiento y decrecimiento de estas funciones trigonométricas, y decide si alcanzan máximos o mínimos en algún punto.

a) $f(x) = 2\cos\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right)$

b) $g(x) = x - \operatorname{sen} x$

c) $h(x) = \operatorname{arc\,tg} x$

d) $i(x) = 3x - \cos x$

**63** Determina los máximos y mínimos de estas funciones, utilizando la derivada segunda.

a) $y = x^3 - 24x - 6$

b) $y = \dfrac{(x-1)^2}{x^2+1}$

c) $y = \ln(x^2+1)$

d) $y = \dfrac{x^3-8}{x^2}$

**64** Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, así como los máximos y mínimos, de estas funciones, utilizando la segunda derivada.

a) $y = (x^2+4)e^x$

b) $y = \dfrac{1}{x-2}$

c) $y = x^2e^x$

d) $y = \dfrac{x-2}{x} + 5x$

**65** Calcula los máximos y mínimos absolutos de la función $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ en el intervalo $[1, 4]$. Justifica que los puntos encontrados son máximos o mínimos absolutos.

***(C. Valenciana. Junio 2008. Ejercicio A. Problema 3)***

**66** Dada la función $f(x) = \dfrac{x}{1-x^2}$, determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

***(Madrid. Junio 2003. Opción B. Ejercicio 2)***

**67** Considera la función de variable real $f(x) = \dfrac{x^2+5x}{x-4}$.

a) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) Halla los extremos relativos.

***(Cataluña. Septiembre 2008. Cuestión 1)***

**68** Dada la función real de variable real definida por $f(x) = \dfrac{(x-3)^2}{x+3}$, calcular sus máximos y mínimos y determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

***(Madrid. Junio 2007. Opción A. Ejercicio 2)***

**69** Comprueba que la derivada en el punto $x = -1$ de la función $f(x) = (x+1)^3$ es nula y, sin embargo, no tiene un extremo relativo.

**70** Comprueba que la siguiente función tiene un extremo relativo en el punto $x = 0$ y su derivada en ese punto no es nula.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ -1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

**71** Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3}{x} + \dfrac{x}{3} & \text{si } x \in (-6, -1) \\ x - 1 & \text{si } x \in [-1, 4] \end{cases}$$

Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ para los valores $x \in (-6, -1)$.

***(Aragón. Septiembre 2008. Cuestión B2)***

**72** Una empresa de compra y venta de automóviles ha realizado un estudio sobre sus beneficios/pérdidas, en miles de euros, a lo largo de los últimos 10 años y ha comprobado que se ajustan a la función:

$$F(t) = t^3 - 18t^2 + 81t - 3 \quad \text{si } 0 \leq t \leq 10$$

Se pide justificando la respuesta:

a) ¿En qué años se producen los valores máximo y mínimo de dicha función?

b) Determinar sus períodos de crecimiento y decrecimiento.

c) ¿Cuáles son sus beneficios máximos?

d) ¿Qué resultados obtuvo la empresa en el último año del estudio?

***(Extremadura. Junio 2006. Opción B. Problema 2)***

**73** Para cada valor de $a$ se considera la función $f(x) = \dfrac{3x^2 - ax}{x+2}$.

Calcular el valor de $a$ para que $f(x)$ tenga un mínimo relativo en $x = 2$.

***(Madrid. Septiembre 2002. Opción A. Ejercicio 2)***

**74** Hallar los valores de $a$ y $b$ para que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + x + 1$ tenga un máximo en el punto $x = 1$ y un mínimo en el punto $x = 2$.

***(Murcia. Septiembre 2004. Bloque 2. Cuestión 1)***

**75** Sea la función $f(x) = x - \dfrac{k}{x}$. Determine el valor de $k$ de modo que la función tenga un máximo en $x = -1$.

En la función así determinada, hallar:

a) El dominio de definición.

b) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función, así como los máximos y los mínimos.

***(Cantabria. Junio 2007. Ejercicio 2. Opción A)***

**76** Obtén los parámetros $r$, $s$ y $t$ para que la función $f(x) = x^3 - rx^2 + sx + t$ tenga un máximo en $x = -2$, un mínimo en $x = 0$ y pase por el punto $(1, -1)$.

***(C. Valenciana. Septiembre 2008. Ejercicio A. Problema 3)***

**77** Hallar los valores de $a$, $b$ y $c$ en la función $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ sabiendo que su tangente en el punto $(1, 1)$ es la recta $y = -x + 2$ y que tiene un extremo en el punto $(0, 2)$.

***(Murcia. Junio 2006. Bloque 3. Cuestión 2)***

**78** Cierta entidad financiera lanza al mercado un plan de inversión cuya rentabilidad, $R$, en euros viene dada por $R(x) = -0{,}01x^2 + 5x + 2.500$, siendo $x$ la cantidad que se invierte.

a) ¿Cuánto ha de invertir un inversor si quiere obtener una rentabilidad máxima?

b) Calcula esa rentabilidad máxima.

*(Castilla-La Mancha. Septiembre 2005. Bloque 3. Ejercicio B)*

**79** En la construcción de un túnel, el porcentaje de roca fragmentada o de mala calidad viene dado por el siguiente modelo matemático:

$$R(x) = \frac{x^3}{3} - 4{,}5x^2 + 18x + 15 \qquad \text{si } 0 \le x \le 7$$

$R(x)$ representa dicho porcentaje cuando la distancia a la boca del túnel es $x$, en kilómetros.

Si en algún tramo de la perforación el porcentaje supera el 40 %, se deberán reforzar las medidas de sostenimiento y seguridad de la estructura.

a) Indica en qué tramos de la perforación el porcentaje crece y en cuáles decrece.

b) Señala los máximos y mínimos (absolutos y relativos), así como los puntos de inflexión de la curva.

*(Asturias. Junio 2008. Bloque 3)*

**80** Un artículo de consumo estuvo a la venta durante 8 años, y su precio $P(t)$, en miles de euros, varió con el tiempo $t$ (en años) que llevaba en el mercado, según la función:

$$P(t) = \begin{cases} 4t^2 + 4 & \text{si } 0 \le t \le 2 \\ -\dfrac{5}{2}t + 25 & \text{si } 2 < t \le 8 \end{cases}$$

Averiguar en qué momentos se alcanzaron los precios máximo y mínimo, y cuáles fueron esos precios.

*(País Vasco. Junio 2008. Apartado B. Ejercicio 1)*

**81** El rendimiento de los trabajadores de una fábrica (valorado en una escala de 0 a 100), durante una jornada de 8 horas, viene dado por la función:

$$r(t) = \begin{cases} -10t^2 + 60t & \text{si } 0 \le t < 4 \\ 80 & \text{si } 4 \le t < 6 \\ 170 - 15t & \text{si } 6 \le t \le 8 \end{cases}$$

siendo $t$ el tiempo en horas.

a) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento. ¿Cuál es el rendimiento máximo?

b) ¿En qué instantes de su jornada laboral el rendimiento se sitúa en la mitad de la escala?

*(Galicia. Septiembre 2007. Bloque 2. Ejercicio 1)*

**82** La oferta de un bien conocido su precio, $p$, es:

$$S(p) = \begin{cases} 30p + 200 & \text{si } 0 \le p \le 10 \\ p^2 - 60p + 1.000 & \text{si } 10 < p \le 40 \end{cases}$$

Diga para qué valor del precio se alcanza la máxima y la mínima oferta.

*(Aragón. Septiembre 2007. Opción A. Cuestión 2)*

**83** La distancia, en millas, entre un barco pesquero que salió a faenar durante un período de 10 días y su puerto base viene dada por la función:

$$M(t) = \begin{cases} 36 - (2t - 6)^2 & \text{si } 0 \le t \le 5 \\ 4(10 - t) & \text{si } 5 < t \le 10 \end{cases}$$

donde $t$ es el tiempo transcurrido, en días, desde su salida del puerto base.

a) ¿Después de cuántos días es máxima la distancia del pesquero a su puerto base? ¿A cuántas millas se encontraba?

b) ¿Durante qué períodos aumentaba la distancia a su puerto base? ¿En qué períodos disminuía?

c) ¿A partir de qué día, después de alcanzar la distancia máxima, se encontraba a menos de 12 millas del puerto base?

*(Galicia. Septiembre 2008. Bloque 2. Ejercicio 1)*

## Concavidad y convexidad

**84** Determina los intervalos de concavidad y de convexidad, así como los puntos de inflexión, de estas funciones.

a) $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 4$

b) $y = x^4 + 2x^3 - 3$

c) $y = \dfrac{x^2}{x^2 - 1}$

d) $y = \dfrac{x^3 - 8}{x^2}$

e) $y = \sqrt{9 + x^2}$

f) $y = \sqrt{x^2 - 4}$

**85** Estudia en qué intervalos estas funciones son cóncavas y en cuáles son convexas. Calcula también los puntos de inflexión que tengan.

a) $y = (x - 3)e^x$

b) $y = \dfrac{\ln x}{2x}$

c) $y = \cos x - \cos 2x$

d) $y = \ln (x^2 - x)$

e) $y = \dfrac{x^2}{2^x}$

f) $y = \sqrt{x^2 - x}$

g) $y = \dfrac{x}{e^x}$

**86** Comprueba que $f(x) = -7x^4$ tiene nula la derivada segunda en $x = 0$ y, sin embargo, no tiene un punto de inflexión.

**87** La derivada de cierta función $f$ es $f'(x) = x^2 - 1$. Representar gráficamente $f'$ y deducir de esa gráfica los intervalos de crecimiento y de concavidad de $f$.

*(País Vasco. Junio 2005. Apartado B. Ejercicio 1)*

## Optimización de funciones

**88** Queremos añadir a una casa una nueva habitación rectangular de 12 m$^2$ de superficie.
¿Qué longitud debemos dar a sus paredes para que el perímetro sea mínimo y sea mínima también la cantidad de ladrillos utilizados?

**89** Se desea delimitar una parcela rectangular, que linda con la pared de una nave.
Si se dispone de 200 m de tela metálica para cercarla, ¿cuáles son las dimensiones de la parcela que tiene la mayor superficie?

**90** ¿Qué dimensiones debe tener un paragüero con forma de prisma cuadrado, de 20 dm$^3$ de volumen, para que en su fabricación se use la menor cantidad posible de material?

**91** ¿Todos los cilindros con igual volumen tienen la misma superficie total? ¿Cuál tiene la menor superficie?

**92** De todos los cilindros que pueden inscribirse en una esfera de 9 cm de radio, halla la altura y el radio del que tiene mayor volumen.

**93** De todos los conos que pueden inscribirse en una esfera de 9 cm de radio, halla la altura y el radio del que tiene mayor volumen.

**94** Con un trozo de alambre de 12 cm de longitud se pueden formar distintos rectángulos.
¿Cuál de ellos tiene la superficie máxima?

**95** Hallar dos números cuya suma es 20, sabiendo que su producto es máximo.
***(Cantabria. Septiembre 2007. Ejercicio 2. Opción B)***

**96** Considera la siguiente función:

$$f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$$

Escribe la ecuación de la recta tangente a la gráfica de esta función que tiene máxima pendiente en el intervalo $[1, e]$.

**97** ¿En qué punto de la parábola $y = 4 - x^2$ la tangente forma con los ejes coordenados un triángulo de área mínima?

**98** Determina el punto de la parábola $y = x^2$ que está más próximo al punto $(3, 0)$.

**99** Determina las dimensiones de los lados de un rectángulo de área máxima que está inscrito en una semicircunferencia de 5 cm de radio, teniendo uno de los lados sobre el diámetro de la misma.

**100** Entre todos los rectángulos de 3 m$^2$ de área, halla las dimensiones del que tenga mínimo el producto de las diagonales.

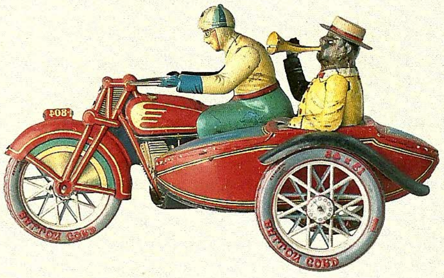
**101** De todos los triángulos isósceles inscritos en una circunferencia de 5 cm de radio, halla las dimensiones del que tiene mayor área.

**102** El perímetro de un triángulo isósceles mide 10 m. Si gira alrededor de la altura correspondiente al lado desigual, engendra un cono.
Calcula los lados del triángulo para que el volumen del cono sea máximo.

**103** Un taller artesanal está especializado en la producción de cierto tipo de juguetes. Los costes de fabricación, $C(x)$, en euros, están relacionados con el número de juguetes fabricados, $x$, a través de la expresión:

$$C(x) = 10x^2 - 1.850x + 25.000$$

El precio de venta de cada juguete es de 50 €.



a) Plantear la función de ingresos que obtiene el taller con la venta de los juguetes producidos.

b) Plantear la función de beneficios, entendidos como la diferencia entre ingresos y costes de fabricación.

c) ¿Cuántos juguetes debe fabricar para maximizar beneficios? ¿A cuánto ascenderán estos beneficios?

***(Canarias. Septiembre 2008. Prueba B. Pregunta 4)***

**104** La función $B(x) = \dfrac{-x^2 + 9x - 16}{x}$ representa, en miles de euros, el beneficio neto de un proceso de venta, siendo $x$ el número de artículos vendidos. Calcular el número de artículos que deben venderse para obtener el beneficio máximo y determinar dicho beneficio máximo.
***(Madrid. Junio 2005. Opción A. Ejercicio 2)***

**105** Se desea fabricar una papelera cilíndrica, sin tapa, de 10 dm$^3$ de capacidad.
¿Qué dimensiones deberá tener para que en su fabricación se utilice la menor cantidad de material?

**106** Determine cómo tienen que ser tres números reales positivos para que su suma valga 100, la suma del primero más dos veces el segundo más tres veces el tercero sea 200 y su producto sea lo mayor posible.
***(La Rioja. Junio 2007. Parte B. Problema 2)***

**107** Halla las dimensiones de una cartulina rectangular de perímetro 60 cm que, al dar una vuelta completa alrededor de un lado, genera un cilindro de volumen máximo.

**108** Una fábrica de televisores vende cada aparato a 300 €. Los gastos derivados de fabricar $x$ televisores son $D(x) = 200x + x^2$, donde $0 \leq x \leq 80$.

a) Suponiendo que se venden todos los televisores que se fabrican, halle la función de los beneficios que se obtienen después de fabricar y vender $x$ televisores.

b) Determine el número de aparatos que conviene fabricar para obtener el beneficio máximo, así como dicho beneficio máximo.

***(Cataluña. Año 2008. Serie 5. Cuestión 4)***

**109** Se ha determinado que el coste total, en euros, que le supone a cierta empresa la producción de $n$ unidades de determinado artículo varía según la función $C(n) = 2n^3 + 270n + 2.048$.

Determinar, justificando la respuesta:

a) La función que define el coste por unidad producida.

b) El número de unidades que deben producirse para hacer mínimo el coste por unidad.

c) El valor de dicho coste mínimo por unidad.

***(Extremadura. Septiembre 2007. Opción B. Problema 2)***

**110** Se quiere organizar una competición deportiva que consiste en nadar desde un lugar $A$, situado en la orilla de un río, hasta otro lugar $B$ situado en la misma orilla; allí se sale del río y corriendo hay que llegar hasta otro lugar $C$, desde el cual se regresa de nuevo a $B$, donde acaba la competición. Se supone que todos los trayectos son rectilíneos. La distancia de $C$ a $A$ mide 10 km y la distanncia de $C$ al río mide 6 km.

Determina a qué distancia de $A$ hay que situar el punto $B$ para que el recorrido completo sea el menor posible.

**111** La función de coste total de producción de $x$ unidades de un determinado producto es $C(x) = \frac{1}{3}x^2 + 6x + 192$. Se define la función de coste medio por unidad como $\overline{C}(x) = \frac{C(x)}{x}$. ¿A qué nivel de producción será mínimo el coste medio por unidad?

***(Baleares. Junio 2005. Opción A. Cuestión 2)***

**112** Halla un número $xy$ tal que la suma de sus cifras sea 12 y de modo que la suma del cubo de la cifra de las decenas y del triple del cuadrado de la cifra de las unidades sea lo más pequeña posible.

***(Castilla-La Mancha. Junio 2001. Bloque 3. Ejercicio A)***

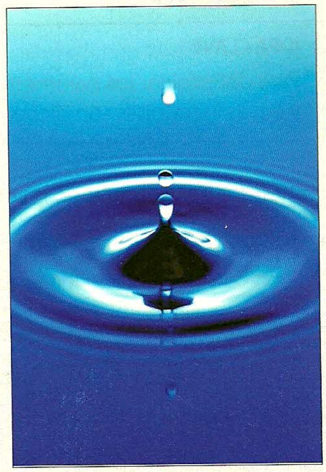
**113** Descomponer de forma razonada el número 90 en dos sumandos tales que el resultado de sumar el cuadrado del primero y el doble del segundo sea mínimo.

***(C. Valenciana. Junio 2003. Ejercicio B. Problema 4)***

**114** Un vendedor de pólizas de seguros tiene un sueldo fijo de 1.000 €, más una comisión que viene dada por la función $17x - 0{,}0025x^3$, donde $x$ representa el número de pólizas vendidas. Si el vendedor tiene mensualmente un gasto general de 200 €, más otro de 5 € por póliza contratada, calcular el número de pólizas que debe contratar mensualmente para que su ganancia sea máxima. ¿A cuánto asciende dicha ganancia?

***(Galicia. Septiembre 2006. Bloque 2. Ejercicio 2)***

**115** Suponga que en su casa hay un cuarto de baño con ducha y otro con bañera. Los caudales de agua que salen por la ducha y por el grifo de la bañera son, respectivamente, de 12 litros/minuto y 9,6 litros/minuto. Si decide bañarse necesita tener abierto el grifo de la bañera durante 10 minutos para que se llene.



El agua caliente proviene de un termo eléctrico y calentarla hasta la temperatura que le guste cuesta 0,01 € por litro. El agua de la ducha se calienta con un calentador de gas y calentarla a esa temperatura vale 0,8 céntimos de euro por litro. ¿Cuánto tiempo puede durar un ducha para que le salga más barato que darse un baño?

***(Murcia. Junio 2003. Bloque 3. Cuestión 1)***

**116** Una discoteca abre sus puertas a las 10 de la noche sin ningún cliente y las cierra cuando se han marchado todos. Se supone que la función representa el número de clientes, $n$, en función del número de horas que lleva abierto, $t$, es $N(t) = 80t - 10t^2$.

a) Determina a qué hora el número de clientes es máximo. ¿Cuántos clientes hay en ese momento?

b) ¿A qué hora cerrará la discoteca?

***(Castilla y León. Septiembre 2007. Bloque B. Pregunta 2)***

**117** El beneficio obtenido por una empresa, en miles de euros, viene dado por la función:

$$f(x) = \begin{cases} -5x^2 + 40x - 60 & \text{si } 0 \leq x \leq 6 \\ \dfrac{5x}{2} - 15 & \text{si } 6 < x \leq 10 \end{cases}$$

donde $x$ representa el gasto en publicidad, en miles de euros.

a) Calcule el gasto en publicidad a partir del cual la empresa no tiene pérdidas.

b) Calcule el gasto en publicidad que produce máximo beneficio. ¿Cuál es ese beneficio máximo?

***(Andalucía. Año 2007. Modelo 6. Opción A. Ejercicio 2)***