TASAS DE VARIACIÓN Y DERIVADAS CON DEFINICIÓN

1 Hallar la tasa de variación de la función

$$y = x^2 + 2$$

en los intervalos

a) [0, 3]
b) [3, 5]
c) [−3, −1]
d) [−1, 0]

2 Hallar la tasa de variación de la función

$$y = x^2 + x + 1$$

en los intervalos

a) [0, 3]
b) [3, 5]
c) [−3, −1]
d) [−1, 0]

3 Hallar la tasa de variación de la función $y = \log x$ (log, logaritmo decimal) en los intervalos

a) [1, 10]
b) [10, 100]
c) [100, 1 000]
d) [1 000, 10 000]

4 Calcular el valor de x si la tasa de variación de la función $y = \log x$ (log, logaritmo decimal) es 1 en los intervalos

a) [1, x]
b) [10, x]
c) [100, x]
d) [1 000, x]

5 Hallar la tasa de variación de las siguientes funciones en el intervalo [x, x + 1]:

a) $f(x) = x$
b) $f(x) = x^2$
c) $f(x) = x^3$
d) $f(x) = x^4$

6 Hallar la tasa de variación media de la función $y = x^2 + 1$ en los intervalos

a) [0, 3]
b) [3, 5]
c) [−3, −1]
d) [−1, 0]

7 Hallar la tasa de variación media de la función $y = x^2 + x + 1$ en los intervalos

a) [0, 3]
b) [3, 5]
c) [−3, −1]
d) [−1, 0]

8 Hallar la tasa de variación media de la función $f(x) = \log x$ (log = logaritmo decimal) en los intervalos siguientes:

a) [1, 10]
b) [10, 100]
c) [100, 1 000]
d) [1 000, 10 000]

9 Hallar la tasa de variación media de las siguientes funciones en el intervalo [x, x + h]:

a) $f(x) = x$
b) $f(x) = x^2$
c) $f(x) = x^3$
d) $f(x) = x^4$

12 Hallar la tasa de variación instantánea de las siguientes funciones en el punto que se indica:

a) TVI $(x^2, 3)$
b) TVI $(x^2 + 5, 3)$
c) TVI $(x^3, 2)$

13 Hallar la tasa de variación instantánea de las siguientes funciones en el punto que se indica:

a) TVI (x^2, a)
b) TVI $(x^2 + 5, a)$
c) TVI (x^3, a)

14 Hallar la tasa de variación instantánea de las siguientes funciones en el punto que se indica:

a) TVI $\left(\frac{1}{x}, a\right)$
b) TVI $\left(\frac{1}{x+2}, a\right)$

15 Hallar la tasa de variación instantánea de las siguientes funciones en el punto que se indica:

a) TVI $(\sqrt{x}, a)$
b) TVI $(\sqrt{x + C}, a)$

16 Hallar la derivada de las siguientes funciones polinómicas utilizando la definición:

a) D x
b) D (x + C)
c) D Cx

17 Hallar la derivada de las siguientes funciones polinómicas utilizando la definición:

a) $D\ x^2$
b) $D\ (x^2 + C)$
c) $D\ Cx^2$

18 Utilizando resultados anteriores, escribir directamente las siguientes derivadas:

a) D 7x
b) $D\ 8x^2$
c) D (5x + 9)
d) $D\ (3x^2 + 5)$

19 Utilizando exclusivamente la definición de derivada, encontrar la derivada en x = 2 de la función $y = x^2 + x$.

20 Dada la función $f(x) = x^2 - x + 1$, mediante límites, calcular f'(2).

¿Qué significado geométrico tiene f'(2)?

21 Hallar la derivada de las siguientes funciones polinómicas utilizando la definición:

a) $D\ x^3$
b) $D\ (x^3 + C)$

22 Hallar la derivada de las siguientes funciones polinómicas utilizando la definición:

a) $D\ x^4$
b) $D\ (x^4 + C)$

23 Hallar la derivada de las siguientes funciones racionales utilizando la definición:

a) $D\ \frac{1}{x}$
b) $D\ \frac{C}{x}$
c) $D\ \frac{1}{x+2}$

24 Hallar la derivada de las siguientes funciones irracionales utilizando la definición:

a) $D\ \sqrt{x}$
b) $D\ (\sqrt{x} + C)$

29 Hallar la ecuación de la tangente a la curva de la función $y = x^2 + x$ en el punto de abscisa x = 2.

30 Dada la función $f(x) = 1 - x + x^2$, deducir el punto de corte con el eje OX de la recta tangente a la curva en x = 2.

31 Hallar la ecuación de la tangente a la curva

$$f(x) = x^4 \text{ en } x = 2$$

32 La recta tangente a una curva en un punto puede cortar a la curva en otro punto. La tangente a la curva $f(x) = x^3$ en T(1, 1) la corta en otro punto. ¿Cuál es?

33 Hallar la derivada de la función $f(x) = x^3$ en (0, f(0)). ¿Cuál es la ecuación de la tangente en ese punto? ¿Atraviesa a la curva?

34 Se ha trazado una recta tangente a la curva $f(x) = x^3$, cuya pendiente es m = 3 y pasa por el punto P(0, − 2). Hallar el punto de tangencia.

DERIVADAS

1 Calcular las siguientes derivadas en las que aparecen funciones multiplicadas por constantes:

a) D 9x
b) $D\ 7x^2$
c) $D\ 5x^3$
d) $D\ 10x^4$

2 Calcular las siguientes derivadas en las que aparecen funciones multiplicadas por constantes:

a) D 9 Lx
b) D 7 sen x
c) D (L8 · Lx)
d) D (sen 45° · sen x)

3 Calcular las derivadas de las siguientes sumas:

a) $D\ (x^2 + x + 3)$
b) $D\ (2x^2 + 4x + 6)$
c) $D\ (x^3 + 5x^2 - 7x + 1)$
d) $D\ (5x^4 - 7x^3 + 6x^2 - 7)$

4 Calcular las siguientes derivadas:

a) x^7
b) x^{-2}
c) $D\ x^{\frac{1}{3}}$
d) $D\ \frac{1}{x^4}$

5 Calcular las derivadas de las siguientes funciones usando la regla del cociente:

a) $D\ \frac{1}{x}$
b) $D\ \frac{1}{x^2}$
c) $D\ \frac{1}{x^3}$
d) $D\ \frac{1}{x^4}$

6 Calcular las siguientes derivadas pasándolas previamente a la forma potencial:

a) $D\ (x^2 \cdot x^3)$
b) $D\ (x^5 \cdot x^{-2})$
c) $D\ (x^5 : x^2)$
d) $D\ (x^2 : x^7)$

7 Calcular las siguientes derivadas pasándolas previamente a la forma potencial:

a) $D\ \sqrt{x}$
b) $D\ \sqrt[3]{x}$
c) $D\ \sqrt[3]{x^2}$
d) $D\ \sqrt[4]{x^3}$

8 Calcular las siguientes derivadas pasándolas previamente a la forma potencial:

a) $D\ \frac{1}{\sqrt{x}}$
b) $D\ \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$
c) $D\ \frac{x}{\sqrt[3]{x}}$
d) $D\ \frac{1}{x\sqrt{x}}$