TASAS DE VARIACIÓN Y DERIVADAS CON DEFINICIÓN

1 Hallar la tasa de variación de la función

$$y = x^2 + 2$$

en los intervalos

a) [0, 3]
b) [3, 5]
c) [−3, −1]
d) [−1, 0]

2 Hallar la tasa de variación de la función

$$y = x^2 + x + 1$$

en los intervalos

a) [0, 3]
b) [3, 5]
c) [−3, −1]
d) [−1, 0]

3 Hallar la tasa de variación de la función $y = \log x$ (log, logaritmo decimal) en los intervalos

a) [1, 10]
b) [10, 100]
c) [100, 1 000]
d) [1 000, 10 000]

4 Calcular el valor de x si la tasa de variación de la función $y = \log x$ (log, logaritmo decimal) es 1 en los intervalos

a) [1, x]
b) [10, x]
c) [100, x]
d) [1 000, x]

5 Hallar la tasa de variación de las siguientes funciones en el intervalo [x, x + 1]:

a) $f(x) = x$
b) $f(x) = x^2$
c) $f(x) = x^3$
d) $f(x) = x^4$

6 Hallar la tasa de variación media de la función $y = x^2 + 1$ en los intervalos

a) [0, 3]
b) [3, 5]
c) [−3, −1]
d) [−1, 0]

7 Hallar la tasa de variación media de la función $y = x^2 + x + 1$ en los intervalos

a) [0, 3]
b) [3, 5]
c) [−3, −1]
d) [−1, 0]

8 Hallar la tasa de variación media de la función $f(x) = \log x$ (log = logaritmo decimal) en los intervalos siguientes:

a) [1, 10]
b) [10, 100]
c) [100, 1 000]
d) [1 000, 10 000]

9 Hallar la tasa de variación media de las siguientes funciones en el intervalo [x, x + h]:

a) $f(x) = x$
b) $f(x) = x^2$
c) $f(x) = x^3$
d) $f(x) = x^4$

12 Hallar la tasa de variación instantánea de las siguientes funciones en el punto que se indica:

a) TVI $(x^2, 3)$
b) TVI $(x^2 + 5, 3)$
c) TVI $(x^3, 2)$

13 Hallar la tasa de variación instantánea de las siguientes funciones en el punto que se indica:

a) TVI (x^2, a)
b) TVI $(x^2 + 5, a)$
c) TVI (x^3, a)

14 Hallar la tasa de variación instantánea de las siguientes funciones en el punto que se indica:

a) TVI $\left(\frac{1}{x}, a\right)$
b) TVI $\left(\frac{1}{x+2}, a\right)$

15 Hallar la tasa de variación instantánea de las siguientes funciones en el punto que se indica:

a) TVI $(\sqrt{x}, a)$
b) TVI $(\sqrt{x + C}, a)$

16 Hallar la derivada de las siguientes funciones polinómicas utilizando la definición:

a) D x
b) D (x + C)
c) D Cx

17 Hallar la derivada de las siguientes funciones polinómicas utilizando la definición:

a) $D\ x^2$
b) $D\ (x^2 + C)$
c) $D\ Cx^2$

18 Utilizando resultados anteriores, escribir directamente las siguientes derivadas:

a) D 7x
b) $D\ 8x^2$
c) D (5x + 9)
d) $D\ (3x^2 + 5)$

19 Utilizando exclusivamente la definición de derivada, encontrar la derivada en x = 2 de la función $y = x^2 + x$.

20 Dada la función $f(x) = x^2 - x + 1$, mediante límites, calcular f'(2).

¿Qué significado geométrico tiene f'(2)?

21 Hallar la derivada de las siguientes funciones polinómicas utilizando la definición:

a) $D\ x^3$
b) $D\ (x^3 + C)$

22 Hallar la derivada de las siguientes funciones polinómicas utilizando la definición:

a) $D\ x^4$
b) $D\ (x^4 + C)$

23 Hallar la derivada de las siguientes funciones racionales utilizando la definición:

a) $D\ \frac{1}{x}$
b) $D\ \frac{C}{x}$
c) $D\ \frac{1}{x+2}$

24 Hallar la derivada de las siguientes funciones irracionales utilizando la definición:

a) $D\ \sqrt{x}$
b) $D\ (\sqrt{x} + C)$

29 Hallar la ecuación de la tangente a la curva de la función $y = x^2 + x$ en el punto de abscisa x = 2.

30 Dada la función $f(x) = 1 - x + x^2$, deducir el punto de corte con el eje OX de la recta tangente a la curva en x = 2.

31 Hallar la ecuación de la tangente a la curva

$$f(x) = x^4 \text{ en } x = 2$$

32 La recta tangente a una curva en un punto puede cortar a la curva en otro punto. La tangente a la curva $f(x) = x^3$ en T(1, 1) la corta en otro punto. ¿Cuál es?

33 Hallar la derivada de la función $f(x) = x^3$ en (0, f(0)). ¿Cuál es la ecuación de la tangente en ese punto? ¿Atraviesa a la curva?

34 Se ha trazado una recta tangente a la curva $f(x) = x^3$, cuya pendiente es m = 3 y pasa por el punto P(0, − 2). Hallar el punto de tangencia.

DERIVADAS

1 Calcular las siguientes derivadas en las que aparecen funciones multiplicadas por constantes:

a) D 9x
b) $D\ 7x^2$
c) $D\ 5x^3$
d) $D\ 10x^4$

2 Calcular las siguientes derivadas en las que aparecen funciones multiplicadas por constantes:

a) D 9 Lx
b) D 7 sen x
c) D (L8 · Lx)
d) D (sen 45° · sen x)

3 Calcular las derivadas de las siguientes sumas:

a) $D\ (x^2 + x + 3)$
b) $D\ (2x^2 + 4x + 6)$
c) $D\ (x^3 + 5x^2 - 7x + 1)$
d) $D\ (5x^4 - 7x^3 + 6x^2 - 7)$

4 Calcular las siguientes derivadas:

a) x^7
b) x^{-2}
c) $D\ x^{\frac{1}{3}}$
d) $D\ \frac{1}{x^4}$

5 Calcular las derivadas de las siguientes funciones usando la regla del cociente:

a) $D\ \frac{1}{x}$
b) $D\ \frac{1}{x^2}$
c) $D\ \frac{1}{x^3}$
d) $D\ \frac{1}{x^4}$

6 Calcular las siguientes derivadas pasándolas previamente a la forma potencial:

a) $D\ (x^2 \cdot x^3)$
b) $D\ (x^5 \cdot x^{-2})$
c) $D\ (x^5 : x^2)$
d) $D\ (x^2 : x^7)$

7 Calcular las siguientes derivadas pasándolas previamente a la forma potencial:

a) $D\ \sqrt{x}$
b) $D\ \sqrt[3]{x}$
c) $D\ \sqrt[3]{x^2}$
d) $D\ \sqrt[4]{x^3}$

8 Calcular las siguientes derivadas pasándolas previamente a la forma potencial:

a) $D\ \frac{1}{\sqrt{x}}$
b) $D\ \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$
c) $D\ \frac{x}{\sqrt[3]{x}}$
d) $D\ \frac{1}{x\sqrt{x}}$

+ DERIVADAS

9 Calcular las siguientes derivadas pasándolas previamente a la forma potencial:

a) $D(\sqrt{x} \cdot x^3)$ c) $D(x : \sqrt{x})$

b) $D(\sqrt{x^5} \cdot x^{-2})$ d) $D(\sqrt{x} : x)$

10 Calcular las siguientes derivadas pasándolas a la forma potencial:

a) $D\frac{1}{(x^2 + x + 1)^5}$ c) $D\frac{1}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}$

b) $D\frac{1}{x^2 + 2x + 1}$ d) $D\frac{1}{x^2 - 2x + 1}$

11 Calcular las siguientes derivadas utilizando la forma compuesta:

a) $D(x^2 + x)^3$

b) $D(x^2 + 3x - 1)^4$

c) $D\,L(3x^2 + 4x - 6)$

d) $D\,\text{sen}(x^2 - 3x + 5)$

12 Calcular las siguientes derivadas logarítmicas:

a) $D\,L(x^2 + x + 1)$ c) $D\,L(\cos x)$

b) $D\,L(\text{sen } x)$ d) $D\,L(\text{tg } x)$

13 Calcular las siguientes funciones exponenciales utilizando la forma compuesta:

a) $D\,e^{4x}$ c) $D\,2^{x^2+1}$

b) $D\,e^{3-x^2}$ d) $D(3^x \cdot 5^x)$

14 Tomando logaritmos neperianos, calcular las siguientes derivadas:

a) $D\,L(7x)$ c) $D\,L(x : 3)$

b) $D\,L(x^3)$ d) $D\,L(5x^3)$

15 Calcular las derivadas de las siguientes funciones compuestas:

a) $D\,L(x^2 + x + 1)^2$ c) $D\,L(\cos x)^2$

b) $D\,L(\text{sen } x)^2$ d) $D\,L(\sqrt{x})$

16 Calcular las derivadas de las siguientes funciones compuestas:

a) $D\,\text{sen}(2x + 1)$

b) $D\,\text{sen}(x^2 + x + 1)$

c) $D\,\text{sen}(-3x + 6)$

d) $D\,\text{sen}(x^3 + 1)$

17 Calcular las siguientes derivadas de tipo seno utilizando la forma compuesta:

a) $D\,\text{sen}(-2x)$

b) $D\,\text{sen}(2x + 7)$

c) $D\,\text{sen}(-3x + 8)$

d) $D\,\text{sen}(x^2 + 1)$

18 Calcular las siguientes derivadas:

a) $D\,\text{sen } x^{-2}$ c) $D\,\text{sen}(5^x)$

b) $D\,\text{sen}(e^x)$ d) $D\,\text{sen}(\cos x)$

19 Calcular las siguientes derivadas potenciales en las que aparece el seno. Utilizar la forma compuesta:

a) $D\,\text{sen}^2 x$ c) $D\sqrt{\text{sen } x}$

b) $D\,\text{sen}^{-2} x$ d) $D\sqrt[3]{\text{sen } x}$

20 Calcular las siguientes derivadas en las que aparece el coseno utilizando la forma compuesta:

a) $D\cos(2x)$

b) $D\cos(-2x)$

c) $D\cos(2x + 7)$

d) $D\cos(-3x^2 + 6)$

21 Calcular las siguientes derivadas:

a) $D\cos x^{-2}$ c) $D\cos(5^x)$

b) $D\cos(e^x)$ d) $D\cos(\text{sen } x)$

22 Calcular las siguientes derivadas:

a) $D\cos^2 x$ c) $D\sqrt{\cos x}$

b) $D\cos^{-2} x$ d) $D\sqrt[3]{\cos x}$

23 Calcular las siguientes derivadas:

a) $D\cos(L(x^2 + 1))$

b) $D\cos(\cos(\cos(x)))$

c) $D\cos(x^2 + 1)^3$

d) $D\cos(L\sqrt{x})$

24 Calcular las derivadas de los siguientes productos de funciones:

a) $D(x^2 \cdot Lx)$ c) $D(x \cdot Lx)$

b) $D(x \cdot \text{sen } x)$ d) $D(\text{sen } x \cdot Lx)$

29 Una población bacteriana tiene un crecimiento dado por la función $p(t) = 8\,000 + 100t^2$, siendo t el tiempo medido en horas. Se pide:

a) La velocidad media de crecimiento.

b) La velocidad instantánea de crecimiento.

c) La velocidad de crecimiento instantáneo para $t_0 = 20$ horas.

30 El espacio recorrido por un móvil viene dado por la función $s(t) = 3t^2 - t + 1$.

a) Hallar la tasa de variación en el intervalo [2, 6].

b) Hallar la velocidad en el instante $t = 0$.

c) Hallar la ecuación de la velocidad sabiendo que es la derivada del espacio.

d) Hallar la ecuación de la aceleración sabiendo que es la derivada de la velocidad.

31 Hallar la ecuación de la recta tangente a la parábola $f(x) = x^2 + x + 1$ paralela a la bisectriz del primer cuadrante.

32 Hallar los puntos de la curva $f(x) = x^3 - 2x + 2$ en los que su tangente es paralela a la bisectriz del primer cuadrante.

33 Hallar la ecuación de la recta tangente a la parábola $y = x^2 - 5x + 6$ paralela a la recta de ecuación $3x + y - 2 = 0$.

34 Hallar el área del triángulo determinado por los dos ejes de coordenadas y la tangente a la $f(x) = \frac{1}{x}$ en el punto $x = 1$.

35 Calcular el área del triángulo formado por los ejes de coordenadas y la recta tangente a la hipérbola $f(x) = \frac{2}{x}$ en el punto de abscisa $x = 1$.

36 Dada la función $f(x) = x^2 - 8x + 1$, ¿existe algún punto de la curva con tangente paralela a la recta $y = 1$?