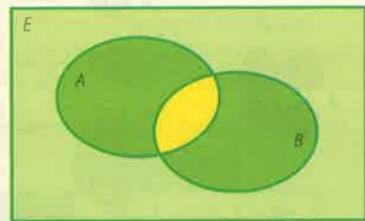


Espacio muestral. Sucesos

- 23** Describe tres experimentos aleatorios, y determina sus sucesos elementales y el espacio muestral de cada uno.
- 24** Indica experimentos aleatorios que tengan:
- Tres sucesos elementales.
 - Doce sucesos elementales.
- 25** Si un experimento aleatorio tiene dos sucesos elementales, A y B :
- ¿Cuántos sucesos tiene el experimento?
 - Describe la unión, la intersección y los contrarios de los sucesos A y B .
- 26** A partir del gráfico, comprueba las siguientes igualdades de sucesos.



- $A - B = A \cap \bar{B}$
 - $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$
 - $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
 - $\bar{\bar{A}} = A$
- 27** En el experimento que consiste en lanzar 3 veces una moneda, consideramos los siguientes sucesos:
- $A = \text{«Salir dos cruces»}$
 $B = \text{«Salir alguna cara»}$
 $C = \text{«La última es una cruz»}$
 $D = \text{«La primera es una cara»}$
- Describe los casos elementales que componen los sucesos.
- $A \cap C$
 - $A - B$
 - $A \cup C$
 - $B \cap \bar{D}$
 - $C \cap D$
 - $\bar{C} \cup \bar{D}$
- 28** Se lanzan tres monedas y se consideran los sucesos:
- $A = \text{«Salir dos caras»}$
 $B = \text{«Salir tres cruces»}$
 $C = \text{«Salir una cara»}$
- Define verbalmente estos sucesos.
- \bar{C}
 - $\bar{A} \cup B$
 - $C \cap \bar{B}$

- 29** Lanzamos tres veces un dado de cuatro caras, anotando el resultado de la cara oculta, y consideramos los sucesos.
- $A = \text{«Salir, al menos, un 1»}$
 $B = \text{«No salir un 2»}$
 $C = \text{«Los tres números sumen menos que 8»}$
 $D = \text{«Salir más de un 3»}$
 $E = \text{«Salir menos de dos números 4»}$
- Describe los sucesos contrarios de cada uno de los sucesos anteriores.



- 30** En una caja tenemos carteles con las siguientes letras:
- a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, o, u
- En el experimento aleatorio consistente en extraer uno de los carteles, describe los sucesos indicando los sucesos elementales que los componen.
- $V = \text{«Vocal»}$
 $C = \text{«Consonante»}$
 $A = \text{«Letra alta como b o f»}$
 $B = \text{«Letra baja como g»}$
 $M = \text{«Letra mediana como a o c»}$
- Enumera los sucesos elementales que tiene cada uno de estos sucesos.
- $A \cup B$ $M \cap A$
 $M \cup V$ \bar{A}
 $\bar{C} \cup A \cup B$ $M \cap V$
 $\overline{A \cap C}$ $C - A$
- Comprueba las propiedades.
- $\overline{C \cap M} = \bar{C} \cup \bar{M}$
 $\overline{C \cup M} = \bar{C} \cap \bar{M}$

- 31** Un experimento consiste en sacar una bola de una urna con 4 bolas rojas, numeradas del 1 al 4; 5 azules, numeradas del 1 al 5, y 3 negras, numeradas del 1 al 3.
- $R = \text{«Salir bola roja»}$
 $A = \text{«Salir bola azul»}$
 $N = \text{«Salir bola negra»}$
 $I = \text{«Salir número impar»}$
 $P = \text{«Salir número par»}$
- Describe los sucesos.
- $R \cup P$
 - $I \cup P$
 - $\bar{P} \cap N$
 - $R \cap I$
 - \bar{N}
 - $\bar{R} \cup \bar{A}$

Cálculo de probabilidades

- 32** En una caja hay 5 botones rojos, 3 azules y 7 verdes.
- Si sacamos un botón al azar, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.
- $A = \text{«Salir botón rojo»}$
 $B = \text{«Salir botón verde o azul»}$
 $C = \text{«No salir botón azul»}$

- 33** Una baraja española se compone de 40 cartas. Llamamos figuras a las sotas, los caballos y los reyes. En el experimento consistente en sacar una carta de la baraja, consideramos $A = \text{«Salir un as»}$, $C = \text{«Salir copas»}$ y $F = \text{«Salir una figura»}$.
- Determina las siguientes probabilidades.
- $P(A)$ $P(C)$ $P(F)$
 $P(A \cap F)$ $P(A \cup C)$ $P(C \cap F)$
 $P(\bar{A} \cap F)$ $P(\bar{A} \cap C)$ $P(A \cup \bar{C})$

- 34** En una empresa disponen de los tipos y las marcas de vehículos reflejados en la tabla.

	Opel	Renault	Seat
Turismo	3	6	5
Furgoneta	1	2	8

- Si las llaves están en una caja y elegimos una llave al azar, determina cuál será la probabilidad de que:
- Las llaves sean de un vehículo de la marca Seat.
 - Las llaves sean de una furgoneta de la marca Renault.
 - Las llaves pertenezcan a un turismo que no sea Opel.
 - Las llaves no sean de una furgoneta, ni de un vehículo de la marca Seat.
- 35** El 35% de los vecinos de un barrio practica algún deporte (D). El 60% está casado (C) y el 25% no está casado, ni hace deporte.
- Describe, en función de D y C , los siguientes sucesos y calcula sus probabilidades.
- Está casado y practica deporte.
 - Practica deporte, pero no está casado.
 - Está casado, pero no practica deporte.
 - No está casado.
 - No está casado, ni practica deporte.



- 36** Un vidente predice que en el próximo sorteo de lotería el primer premio va a ser un número con tres cifras distintas de 0 y, además, todas serán diferentes. Juan ha comprado el número 00175, Belén ha comprado el 13340 y Andrés ha comprado el 00643.
- En el caso en que el vidente esté en lo cierto, di cuál es la probabilidad de los siguientes sucesos.
- Juan resulte afortunado
 - Belén acierte la terminación.
 - Andrés acierte las tres primeras cifras (006).

- 37** El espacio muestral de un experimento aleatorio se compone de los sucesos elementales a, b, c y d . Sabiendo que estos sucesos son equiprobables y que $M = \{a\}$, $N = \{b\}$, $P = \{c, d\}$ y $Q = \{b, c, d\}$, calcula las probabilidades de los sucesos.
- M
 - $M \cup Q$
 - P
 - $\bar{P} \cup N$
 - $M \cap Q$
 - $\bar{Q} \cup P$
- 38** Se lanzan dos dados y se calcula la diferencia entre los resultados mayor y menor. Halla las siguientes probabilidades.
- La diferencia sea 0.
 - La diferencia sea 1.
 - La diferencia sea 2.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que la diferencia sea 3 o más?
 - ¿Y de que la diferencia se encuentre entre 2 y 4, ambos números incluidos?
- 39** Los médicos de un hospital hacen guardias tres días a la semana.
- Calcula la probabilidad de que un médico haga guardia el lunes, el martes y el miércoles.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que libre el fin de semana (sábado y domingo)?
 - ¿Y de que esté de guardia tres días alternos, es decir, con un día de descanso entre la primera y la segunda guardias, y otro día de descanso entre la segunda y la tercera?
- 40** Sacamos una ficha del dominó. Determina las probabilidades de los siguientes sucesos.
- Que la ficha obtenida tenga un 1.
 - Que la suma de sus puntos sea mayor que 4.
 - Que la ficha se pueda encadenar a la ficha 3:5. Imagina que hemos sacado una ficha y ha resultado ser la ficha 2:6. ¿Cuál es la probabilidad de sacar otra ficha y de que no se pueda encadenar a esta?

Propiedades de la probabilidad

- 41** En un experimento aleatorio sabemos que:
- $P(A) = 0,6$ $P(B) = 0,5$ $P(A \cap B) = 0,2$
- Calcula.
- $P(\bar{A})$
 - $P(A \cup B)$
 - $P(\bar{A} \cup \bar{B})$
 - $P(A - B)$
 - $P(\bar{B} - A)$
 - $P(\bar{A} \cap \bar{B})$
- 42** Si A y B son incompatibles y $P(A) = 0,6$ y $P(A \cup B) = 0,9$; halla:
- $P(B)$ $P(A - B)$ $P(\bar{A} \cap B)$
- 43** Determina $P(A \cup B)$, $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ y $P(\bar{A} \cap \bar{B})$, si $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,5$ y $P(A \cap B) = 0,3$.

ACTIVIDADES

44 Halla $P(A)$, $P(B)$ y $P(\bar{A} \cap B)$, si:

••• $P(A \cup B) = 0,8$ $P(\bar{B}) = 0,6$ $P(A \cap B) = 0,3$

45 ¿Es posible que haya dos sucesos tales que $P(A) = 0,6$;

••• $P(B) = 0,8$ y $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,7$?

46 ¿Es posible que haya dos sucesos tales que $P(A) = 0,3$;

••• $P(B) = 0,6$ y $P(A \cap B) = 0,3$? ¿Cómo son esos sucesos?

47 ¿Es posible encontrar dos sucesos tales que $P(A) = 0,5$;

••• $P(B) = 0,2$ y $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,6$?

48 Si $P(A) = 0,7$ y $P(B) = 0,4$; ¿pueden ser incompatibles?

•••

49 Si $P(A) = 0,6$ y $P(B) = 0,3$; ¿pueden ser incompatibles?

••• En caso afirmativo, ¿cuánto tiene que valer $P(A \cup B)$?

50 Sabemos que $P(A \cup B) = P(A) - P(A \cap B)$.

••• a) Decide cómo son los sucesos A y B .

b) Calcula $P(A \cup B)$ y $P(A \cap B)$.

51 Si $E = \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ es el espacio muestral

••• de un experimento aleatorio, ¿puede suceder

que $P(S_1) = \frac{1}{5}$, $P(S_2) = \frac{2}{3}$, $P(S_3) = \frac{1}{4}$ y $P(S_4) = \frac{1}{6}$?

52 Discute si estás de acuerdo con el razonamiento.

••• «Cuando lanzo dos dados y sumo los resultados, para obtener 11 necesito un 5 y un 6. Si deseo conseguir 12 es preciso que aparezcan dos 6. Es decir, hay un caso favorable para cada uno de los sucesos, luego la probabilidad es la misma».

Comprueba el resultado anterior, calculando su probabilidad de manera experimental: lanza un dado 200 veces (o cinco dados 40 veces) y estudia cuál de los dos sucesos sale más veces.

53 Un jugador de parchís fabrica un dado trucado, donde

••• todos los números tengan la misma probabilidad de salir, salvo el 5, que quiere que salga dos veces más que el 1 (y más que el 2, el 3 y el 4) y el 6, que quiere que salga el doble de veces que el 5. ¿Cuál es la probabilidad de cada número?



54 En un montón de cartas hemos determinado que

••• $P(\text{Oros}) = \frac{5}{12}$, $P(\text{Copas}) = \frac{1}{4}$, $P(\text{Espadas}) = \frac{1}{3}$

y $P(\text{Bastos}) = 0$.

¿Cuántas cartas de cada palo hay en el montón?

Probabilidad condicionada

55 Vamos a extraer una bola de una urna que contiene 3 bolas rojas, 2 azules y 5 verdes, numeradas del 1 al 3, del 1 al 2 y del 1 al 5, respectivamente.

Consideremos los sucesos.

R = «Salir bola roja» S_2 = «Salir bola con un 2»

A = «Salir bola azul» S_3 = «Salir bola con un 3»

V = «Salir bola verde» S_5 = «Salir bola con un 5»

Determina las probabilidades:

- a) $P(R/S_3)$ e) $P(S_3/R)$
 b) $P(\bar{V}/S_2)$ f) $P(V/S_5)$
 c) $P(S_5/V)$ g) $P(S_5 \cap V)$
 d) $P(A/S_2)$ h) $P(A \cap S_2)$

56 A una excursión acuden niños, padres y profesores de dos colegios, como se indica en la tabla.

	Niños	Padres	Profesores
Colegio A	50	5	5
Colegio B	30	3	2

Si llamamos N = «Ser niño», P = «Ser padre», F = «Ser profesor», A = «Pertener al colegio A» y B = «Pertener al colegio B», calcula las probabilidades.

- a) $P(P)$ e) $P(B/F)$
 b) $P(A)$ f) $P(P \cap B)$
 c) $P(A/N)$ g) $P(P/B)$

Comprueba si los sucesos P y B son independientes.

57 Una empresa de transporte tiene dos autobuses, A y B , y tres conductores, Diego (D), Elena (E) e Inés (I). Los viajes realizados por los conductores y los autobuses durante el último mes se han reflejado en la tabla.

	Diego	Elena	Inés
Autobús A	10	5	20
Autobús B	30	10	30

Durante uno de los viajes se produjo un accidente de circulación.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que condujera Elena?
 b) ¿Y de que el autobús afectado fuera B?
 c) Estudia si E y B son sucesos independientes.
 d) Haz lo mismo con los sucesos I y A .



Regla del producto

58 Una urna contiene 3 bolas rojas, 2 verdes y 1 azul.

••• a) Extraemos una bola, anotamos su color, la devolvemos a la urna, sacamos otra y anotamos su color. Halla las siguientes probabilidades.

- Que las dos bolas sean rojas.
- Que haya alguna bola azul.
- Que no haya ninguna bola verde.

b) Repetimos el experimento sin devolver la bola a la urna. Determina las mismas probabilidades.

Si sacáramos las dos bolas a la vez, ¿en cuál de las dos situaciones anteriores nos encontraríamos?

59 De una caja que contiene 3 fichas azules y 5 rojas sacamos 2 fichas. Determina las siguientes probabilidades.

- a) Salgan 2 fichas azules.
 b) Sean 2 fichas rojas.
 c) La primera sea azul y la segunda roja.
 d) Haya una ficha azul y otra roja.
 e) La segunda sea roja, si la primera es azul.
 f) La segunda sea roja, si la primera es roja.

60 De una bolsa en la que tenemos 3 fichas azules y 5 rojas sacamos dos fichas con reemplazamiento. Calcula la probabilidad de que:

- a) Las dos fichas sean azules.
 b) Las dos fichas sean rojas.
 c) La primera ficha sea azul y la segunda roja.
 d) Haya una ficha azul y otra roja.

61 Un examen tipo test consta de dos preguntas para las que se ofrecen cuatro posibles respuestas, de las que solo una es correcta. Si se responde al azar, ¿cuál es la probabilidad de acertar dos preguntas? ¿Y de no acertar ninguna? Resuélvelo considerando que el examen constará de cuatro preguntas.

62 ¿Cuál es la probabilidad de tener 15 aciertos en una quiniela de fútbol compuesta por 15 partidos? ¿Y de tener 14 aciertos?



63 De una baraja extraemos dos montones de cartas; en el primer montón hay 5oros y 2 copas, y en el segundo montón hay 2oros, 3 copas y 5 espadas.

Se saca una carta del primer montón y otra del segundo. Determina las probabilidades de los siguientes sucesos.

- a) Salen dos cartas deoros.
 b) Son dos cartas de copas.
 c) Hay una carta deoros y otra de copas.
 d) La segunda carta es de espadas.
 e) La segunda carta es de espadas, sabiendo que la primera fue de copas.

Problemas con probabilidades

64 En un cajón tengo 3 calcetines rojos, 5 verdes y 8 negros. Si con la luz apagada saco un par, determina la probabilidad de que los calcetines sean de los colores que se indican en cada caso.

- a) Ambos sean verdes.
 b) Los dos sean del mismo color.
 c) No haya ninguno rojo.
 d) Si el primero que saqué resultó ser verde, el segundo también lo sea.
 e) El primero es verde y el segundo de cualquier otro color excepto el verde.

65 En una caja hay 3 fichas rojas y 1 ficha azul. Un juego consiste en sacar una ficha, anotar su color, devolverla a la caja y seguir sacando hasta el momento en que se hayan conseguido 2 fichas azules.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de ganar con menos de cuatro extracciones?
 b) ¿Y cuál es la probabilidad de sacar 5 fichas y no ganar?

66 En una urna hay 5 bolas rojas, 2 negras y un número indeterminado de bolas azules. Se sabe que la probabilidad de que, al sacar dos bolas, haya 1 bola roja y 1 bola azul es de $\frac{1}{3}$. Determina el número de bolas azules que hay en la urna?

67 Para recibir las quejas de los clientes, una empresa telefónica dispone de una oficina atendida por tres empleados.

- El empleado A está exclusivamente dedicado a la atención a los clientes y los otros dos empleados realizan, además, otras tareas.
- El empleado A atiende al 60% de los visitantes, B al 25% y C al resto.
- El empleado más efectivo es A , que resuelve el 95% de los problemas que le plantean los clientes, mientras que B solo resuelve el 80% y C el 60%.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que no me atienda el empleado A ?
 b) ¿Cuál es la probabilidad de que no me resuelvan el problema?
 c) ¿Cuál es la probabilidad de que me resuelvan el problema si no me atiende A ?
 d) ¿Cuál es la probabilidad de que no me resuelvan el problema si me atiende A ?
 e) Si no me han resuelto el problema, ¿cuál es la probabilidad de que me haya atendido B ?

