

Examen 1 - Números Reales - viernes 19 Octubre 2012 - Soluciones

1. a) Explica en qué se diferencian los números racionales de los irracionales. Ilustrando tu explicación, pon ejemplos de al menos cinco números de diversos tipos.

Los números racionales se pueden poner como cociente de dos números enteros. En su expresión decimal pueden ser: enteros (por ejemplo: -7), decimales finitos (por ejemplo: 3'5), decimales periódicos puros (por ejemplo: 1,6666...) o decimales periódicos mixtos (por ejemplo: 1,86666...).

Los números irracionales no se pueden poner como cociente de dos números enteros. En su expresión decimal tendrán infinitas cifras no periódicas (por ejemplo: $\sqrt{2}$).

- b) Escribe, especificando de qué tipo es cada uno de ellos: un número entero, uno racional no entero y uno irracional que pertenezcan al intervalo $(-1, 1)$

Número entero: 0 (es el único entero que pertenece a dicho intervalo)

Número racional no entero: 0'5

Número irracional: 0,12345678910...

2. En Mesopotamia aproximaban $\sqrt{2}$ mediante la fracción $\frac{17}{12}$. Hoy en día, con la ayuda de la calculadora, puedes estimar rápidamente el error absoluto y relativo que cometían entonces. Calcula estos errores en notación científica con cuatro decimales.

$$E.A. = \left| \sqrt{2} - \frac{17}{12} \right| = 2,4531 \cdot 10^{-3}$$

$$E.R. = \frac{2,4531 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \cdot 100 = 1,7346 \cdot 10^{-1}$$

3. Dada la operación: $\frac{4,2\bar{3} + 3,7\bar{5}}{0,8}$

- a) Halla, por separado, las fracciones generatrices irreducibles de los tres números decimales que aparecen en dicha operación

$$4,2\bar{3} = \frac{423 - 42}{90} = \frac{381}{90} = \frac{127}{30}$$

$$3,7\bar{5} = \frac{375 - 3}{99} = \frac{372}{99} = \frac{124}{33}$$

$$0,8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

- b) Sustituye los tres números decimales de la operación por sus fracciones generatrices irreducibles y opera con la calculadora para dar el resultado, primero en forma de fracción y por último, en forma de número periódico.

$$\frac{4,2\bar{3} + 3,7\bar{5}}{0,8} = \frac{\frac{107}{30} + \frac{124}{33}}{\frac{4}{5}} = \frac{879}{88} = 9,98\bar{63}$$

4. Nos indican que el resultado redondeado de una medida es de 107,701 cm. Acota el error absoluto y relativo cometidos. Escribe los resultados en notación científica con tres decimales

$$\text{Cota de } E.A. = 0,0005 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$$

$$\text{Cota de } E.R. = \frac{0,0005}{107,701 - 0,0005} \cdot 100 = 4,643 \cdot 10^{-4} \%$$

5. Realiza con la calculadora la siguiente operación escribiendo el resultado en notación científica redondeando con dos decimales: $\frac{1,05 \cdot 10^3 - 9,48 \cdot 10^2}{8,37 \cdot 10^4 + 1,06 \cdot 10^5} = 5,38 \cdot 10^{-4}$

6. Completa la siguiente tabla en la que se nombran intervalos de tres formas distintas como en el ejemplo resuelto.

Los números reales mayores o iguales que 2 pero estrictamente menores que 10	$2 \leq x < 10$	$[2, 10)$
Los números reales mayores o iguales que -3 pero menores o iguales que 1	$-3 \leq x \leq 1$	$[-3, 1]$
Los números reales estrictamente mayores que 0 pero estrictamente menores que 9	$0 < x < 9$	$(0, 9)$
Los números reales menores que 5	$x < 5$	$(-\infty, 5)$
Los números reales menores o iguales que -4	$-4 \geq x$	$(-\infty, -4]$
El entorno de centro 2 y radio 5	$ x - 2 \leq 5$	$[-3, 7]$

7. Escribe en notación científica redondeando con dos decimales los siguientes números:

37982,459	$3,80 \cdot 10^4$	0,00037589	$3,76 \cdot 10^{-4}$	39,96	$4,00 \cdot 10^1$
$135,51 \cdot 10^3$	$1,36 \cdot 10^5$	$0,61501 \cdot 10^2$	$6,15 \cdot 10^1$	$0,00456 \cdot 10^{-3}$	$4,56 \cdot 10^{-6}$

8. Realiza paso a paso la siguiente operación de valores absolutos escribiendo el resultado en forma de número decimal:

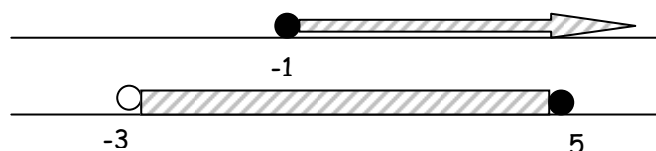
$$|2'6 - |0'6 - 4|| = |2'6 - |-3'4|| = |2'6 - 3'4| = |-0'8| = 0'8$$

9. Resuelve las siguientes ecuaciones con valor absoluto:

$ 2x + 3 = 5$	$2x + 3 = \pm 5$ $2x + 3 = \pm 5$ $2x = -3 \pm 5$ $x = \frac{-3 \pm 5}{2} = \begin{cases} 1 \\ -4 \end{cases}$	$ 2x + 1 \leq 5$	$-5 \leq 2x + 1 \leq 5$ $-5 - 1 \leq 2x \leq 5 - 1$ $-6 \leq 2x \leq 4$ $-3 \leq x \leq 2$ $x \in [-3, 2]$
$ x \leq 5$	$-5 \leq x \leq 5$ $x \in [-5, 5]$	$ x > 2$	$x > 2 \text{ ó } x < -2$ $x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

10. Dados los intervalos $A = [-1, +\infty)$ y $B = (-3, 5]$

a) Representalos gráficamente.



b) Determina $A \cup B$ y $A \cap B$ en forma gráfica y escribe el resultado mediante intervalos.

$$A \cup B = (-3, +\infty)$$

$$A \cap B = [-1, 5]$$