Examen 2 – Números reales, Radicales y Logaritmos - lunes 26 Noviembre 2011 - Soluciones

1. a) Un alumno asegura que 1'2666666……… no es un número racional porque tiene infinitas cifras decimales. ¿Es esto cierto? Razona la respuesta

No es cierto. Se trata de un número racional porque, al tratarse de un número periódico, se puede poner en forma de fracción: $1'2666666... = \frac{19}{15}$

b) Realiza con la calculadora la siguiente operación escribiendo el resultado en notación científica redondeando con dos decimales: $\frac{\sqrt[3]{87654321} - 9{,}48 \cdot 10^2}{\log^9 123} = -6{,}62 \cdot 10^{-1}$

2. En el siglo II, Claudio Ptolomeo aproximó el número π mediante la fracción $377/120$. Hoy en día, con la ayuda de la calculadora, puedes estimar fácilmente el error absoluto y relativo que cometió entonces Claudio Ptolomeo. Calcula estos errores en notación científica con cuatro decimales. (*Nota*: en tus operaciones del siglo XXI, utiliza el valor de π que te propone la calculadora, **no** utilices una aproximación casera peor que la del siglo II)

$$E.A. = \left|\pi - \frac{377}{120}\right| = 7{,}4013 \cdot 10^{-5}$$

$$E.R. = \frac{7{,}4013 \cdot 10^{-5}}{\pi} \cdot 100 = 2{,}3559 \cdot 10^{-3}\ \%$$

3. Dada la operación: $\frac{5{,}2\widehat{3} + 6{,}\widehat{81}}{0{,}08}$

a) Halla, por separado, las fracciones generatrices irreducibles de los tres números decimales que aparecen en dicha operación

$$5{,}2\widehat{3} = \frac{523-52}{90} = \frac{471}{90} = \frac{157}{30} \qquad 6{,}\widehat{81} = \frac{681-6}{99} = \frac{675}{99} = \frac{75}{11} \qquad 0{,}08 = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$$

b) Sustituye los tres números decimales de la operación por sus fracciones generatrices irreducibles y opera con la calculadora para dar el resultado, primero en forma de fracción y por último, en forma de número periódico.

$$\frac{5{,}2\widehat{3} + 6{,}\widehat{81}}{0{,}08} = \frac{\frac{157}{30} + \frac{75}{11}}{\frac{2}{25}} = \frac{19885}{132} = 150{,}64\widehat{39}$$

4. Racionaliza simplificando **lo más posible** el denominador:

a)	$\frac{15}{\sqrt{12}} = \frac{15}{\sqrt{2^2 \cdot 3}} = \frac{15}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{15 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{15 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{2}$
b)	$\frac{6}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} = \frac{6\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)} = \frac{6\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{6}\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{6\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)}{6-3} = \frac{6\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)}{3} = 2\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)$

5. En estos ejercicios de radicales **no** puedes usar la calculadora.

a)	Opera paso a paso con las siguientes potencias dando el resultado como potencia de un número primo. $\left(\frac{1}{25}\right)^2 \cdot 125^0 : 25^3 \cdot 5^{-1} = \left(5^{-2}\right)^2 \cdot 1 : \left(5^2\right)^3 \cdot 5^{-1} = 5^{-4} : 5^6 \cdot 5^{-1} = 5^{-10} \cdot 5^{-1} = 5^{-11}$
b)	Haz las siguientes operaciones dando el resultado en forma de un único radical simplificado sin ningún factor extraído fuera de la raíz. $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{5}} = \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[6]{5} = \sqrt[6]{3^3} \cdot \sqrt[6]{2^4} \cdot \sqrt[6]{5} = \sqrt[6]{3^3 \cdot 2^4 \cdot 5} = \sqrt[6]{2160}$
c)	Introduce los factores enteros en los radicales dando el resultado en forma de un único radical de un número. $3^2 \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{3^6 \cdot 2} = \sqrt[3]{1458}$
d)	Simplifica extrayendo factores. $\sqrt[3]{72} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^2} = 2 \cdot \sqrt[3]{3^2} = 2 \cdot \sqrt[3]{9}$
e)	Opera dando el resultado en forma de un único radical de un número. $2 \cdot \sqrt{12} + 5 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{27} = 2 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 3} + 5 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3^3} = 4 \cdot \sqrt{3} + 5 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot \sqrt{3} = 12 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{432}$

6. En estos ejercicios de logaritmos no puedes usar la calculadora.

a)	Una alumno asegura que $\log_3 81 = 5$. Explica **razonadamente** que <u>no</u> es así y da la respuesta correcta Si $\log_3 81 = 5$ debería cumplirse que $3^5 = 81$ y no es cierto. En realidad $\boxed{\log_3 81 = 4}$ porque $3^4 = 81$
b)	¿Cuánto vale $\log_{10} 0{,}01$? **Razona** la respuesta. $\boxed{\log_{10} 0{,}01 = -2}$ porque $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$
Usando la definición de logaritmo, halla x:	
c)	$\log_9 x = -0{,}5 \rightarrow 9^{-0{,}5} = x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{9}} = x \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{3}}$
d)	$\log_x 9 = 2 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \sqrt{9} \rightarrow \boxed{x = 3}$

7. En una cierta base desconocida b, conocemos los siguientes logaritmos: $\log_b 2 = 0{,}387$ y $\log_b 3 = 0{,}613$. Aplicando las propiedades de los logaritmos, halla:

$$\log_b \frac{b^5 \cdot \sqrt[3]{6}}{4} = 5\log_b b + \frac{1}{3}\log_b 6 - \log_b 4 = 5\log_b b + \frac{1}{3}\left(\log_b 2 + \log_b 3\right) - 2\log_b 2 =$$

$$= 5 \cdot 1 + \frac{1}{3}\left(0{,}387 + 0{,}613\right) - 2 \cdot 0{,}387 = 4{,}559\widehat{3}$$

8. Utilizando la calculadora, halla x, redondeando con tres decimales:

$10^x = 25$	$x = \log_{10} 25 = 1{,}398$	$3^x = 1{,}234$	$x = \log_3 1{,}234 = 0{,}191$
$5^x = 5678$	$x = \log_5 5678 = 5{,}371$	$e^x = 10$	$x = \ln 10 = 2{,}303$

9. Datos experimentales han mostrado que el crecimiento de los niños entre las edades de 2-16 años puede ser aproximado por medio de la función P = 42,8 log(A) + 37,1 donde P es el tanto por ciento de la estatura que tendrá de adulto y A es la edad del niño en años.

¿Qué porcentaje de su estatura de adulto mide un niño de 10 años?	P = 42,8 log(10) + 37,1 = 42,8 + 37,1 = 79,9 A los diez años, medirá un 79,9% de su estatura de adulto.
¿Aproximadamente a qué edad mide un niño el 75 por ciento de la estatura que tendrá de adulto?	$75 = 42{,}8\log A + 37{,}1 \rightarrow \log A = \frac{75 - 37{,}1}{42{,}8} = 0{,}8855 \rightarrow A = 10^{0{,}8855} = 7{,}68$ Entre los 7 y 8 años.