

Examen 3 - Números reales, Radicales y Logaritmos - Corrección

1. Sea el número $x=3,4363636\dots$

a)	Halla la fracción generatriz irreducible de x $3,4\overline{36} = \frac{3436 - 34}{990} = \frac{3432}{990} = \frac{52}{15}$
b)	Redondea x con seis cifras decimales: $x=3,436364$
c)	Utilizando la calculadora, halla el error relativo cometido en dicho redondeo. Escríbelo en notación científica con dos decimales. $E.R. = \frac{\left 3,436364 - \frac{52}{15}\right }{\frac{52}{15}} \cdot 100 = 8,74 \cdot 10^{-1} \%$

2. En estos ejercicios no puedes usar la calculadora.

a)	Opera dando el resultado en forma de un único radical de un número. $\sqrt{75} - \sqrt{3} + \sqrt{12} = \sqrt{5^2 \cdot 3} - \sqrt{3} + \sqrt{2^2 \cdot 3} = 5 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{3} = 6 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{108}$
b)	Racionaliza simplificando lo más posible el denominador: $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{20} \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{5})}{(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})} = \frac{2 \cdot \sqrt{5} \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{5})}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{2 \cdot (\sqrt{35} + 5)}{7 - 5} = \frac{2 \cdot (\sqrt{35} + 5)}{2} = \sqrt{35} + 5$

3. Sin utilizar la calculadora, usando únicamente la definición de logaritmo, halla x :

a)	$\log_4 x = -0,5 \rightarrow 4^{-0,5} = x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{4}} = x \rightarrow x = \frac{1}{2}$
b)	$\log_x 8 = 2 \rightarrow x^2 = 8 \rightarrow x = \sqrt{8}$

4. En una cierta base desconocida b , conocemos los siguientes logaritmos: $\log_b 2 = 0,387$ y $\log_b 3 = 0,613$.

Aplicando las propiedades de los logaritmos, halla:

$\log_b \frac{b^3 \cdot \sqrt[3]{4}}{6} = 3\log_b b + \frac{1}{3}\log_b 4 - \log_b 4 = 3\log_b b + \frac{2}{3}\log_b 2 - (\log_b 2 + \log_b 3) =$ $= 3 \cdot 1 + \frac{2}{3} \cdot 0,387 - (0,387 + 0,613) = 2,258$
--

5. Utilizando la calculadora, halla x , redondeando con tres decimales:

$10^x = 5$	$x = \log_{10} 5 = 0,699$	$2^x = 1,234$	$x = \log_2 1,234 = 0,303$
$5^x = 100$	$x = \log_5 100 = 2,861$	$e^x = 100$	$x = \ln 100 = 4,605$

6. Datos experimentales han mostrado que el crecimiento de las niñas entre las edades de 5-15 años puede ser aproximado por medio de la función $P = 31,11 \ln(A) + 16,27$ donde P es el tanto por ciento de la estatura que tendrá de adulto y A es la edad de la niña en años.

¿Qué porcentaje de su estatura de adulta mide una niña de 10 años?	$P = 31,11 \ln(10) + 16,27 = 87,9$ A los diez años, medirá un 87,9% de su estatura de adulto.
¿Aproximadamente a qué edad mide una niña el 75 por ciento de la estatura que tendrá de adulta?	$75 = 31,11 \cdot \ln A + 16,27 \rightarrow \log A = \frac{75 - 16,27}{31,11} = 1,8878 \rightarrow A = e^{1,8878} = 6,60$ Entre los 6 y los 7 años.

7.

<p>a) Haz la división: $2x^4 + x^3 + x - 1 : x^2 + 2x - 1$</p> $ \begin{array}{r} 2x^4 + x^3 + x - 1 \quad \quad x^2 + 2x - 1 \\ -2x^4 - 4x^3 + 2x^2 \quad \quad 2x^2 - 3x + 8 \\ \hline -3x^3 + 2x^2 + x - 1 \\ 3x^3 + 6x^2 - 3x \quad \quad \\ \hline 8x^2 - 2x - 1 \\ -8x^2 - 16x + 8 \\ \hline -18x + 7 \end{array} $	<p>b) Haz aquí la comprobación:</p> $ \begin{array}{r} x^2 + 2x - 1 \\ 2x^2 - 3x + 8 \\ \hline 8x^2 + 16x - 8 \\ -3x^3 - 6x^2 + 3x \\ \hline 2x^4 + 4x^3 - 2x^2 \\ 2x^4 + x^3 + 19x - 8 \\ \hline -18x + 7 \\ 2x^4 + x^3 + x - 1 \end{array} $
---	--

8. a) Enuncia el teorema de resto

El resto de la división del polinomio $P(x)$ entre $x-a$ coincide con el valor numérico que obtenemos al sustituir en el polinomio la variable x por la constante a .
Es decir: Resto = $P(a)$

b) Halla el valor de k sabiendo que $x^4 + kx^3 - x^2 + 4$ es divisible entre $x + 2$.

Utilizando el teorema del resto:

$$(-2)^4 + k(-2)^3 - (-2)^2 + 4 = 0 \rightarrow 16 - 8k - 4 + 4 = 0 \rightarrow -8k = -16 \rightarrow k = 2$$

O también, utilizando Ruffini:

-2	1	k	-1	0	4
	-2	-2k+4	4k-6	-8k+12	
	1	k-2	-2k+3	4k-6	-8k+16

$-8k + 16 = 0 \rightarrow k = 2$

9. Utiliza las identidades notables en los apartados siguientes:

a)	Desarrolla: $(x^2 - 3x)^2 = (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 3x + (3x)^2 = x^4 - 6x^3 + 9x^2$
b)	Desarrolla: $(x - 2)^3 = x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 - 2^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$
c)	Factoriza: $4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2 = (2x + 5)(2x - 5)$
d)	Factoriza: $x^2 - 12x + 36 = x^2 - 2 \cdot 6x + 6^2 = (x - 6)^2$

10. Haz la descomposición factorial del siguiente polinomio. Escribe todos los cálculos realizados.

$2x^3 - 14x - 12 = 2(x+1)(x+2)(x-3)$

Probaremos con: 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, 6, -6, 12, -12 que son los divisores del -12

1	2	0	-14	-12		2	2	-2	-12
	2	2	2	-12	-24	2	2	4	4
	2	2	-12	-24		2	2	2	-8
-1	2	0	-14	-12		-2	2	-2	-12
	-1	-2	2	12		-2	-2	-4	12
	-1	2	-2	-12	0	3	2	-6	0
	-1	2	0	0		3	2	6	6
	-1	2	0	-12		3	2	0	0