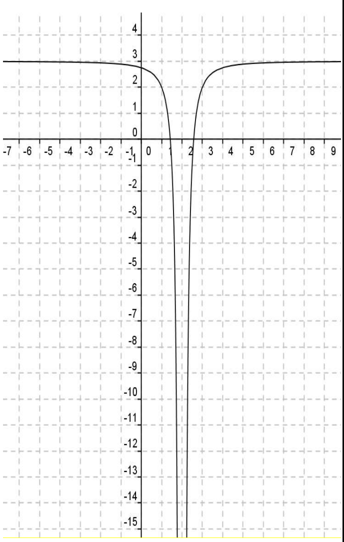
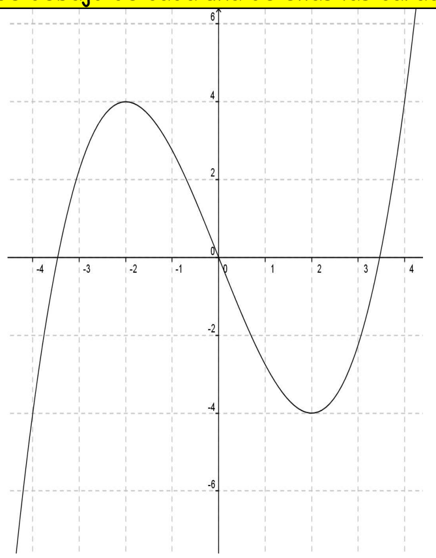
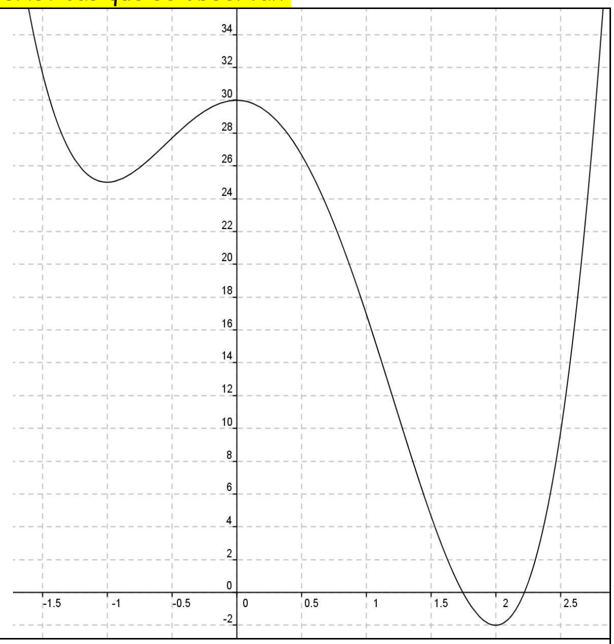
6º Examen: Funciones – lunes 13 mayo 2013 - Soluciones

1. Halla razonadamente el dominio de las siguientes funciones:

Función	Razonamientos / Cálculos	Dominio
$f(x)=3x^2-5x+2$	Es una función **polinómica**, definida por lo tanto en todos los reales.	$(-\infty,+\infty)$
$f(x)=\sqrt[3]{1-x}$	Es una función **irracional** de índice impar, definida por lo tanto en todos los reales.	$(-\infty,+\infty)$
$f(x)=\dfrac{x-3}{x^2-4}$	Es una función racional, definida por lo tanto para aquellos reales que no anulen el denominador: $x^2-4=0\rightarrow x=\pm 2$.	$\Re-\{\pm 2\}$
$f(x)=\dfrac{2x-6}{x^2+4}$	Es una función racional, definida por lo tanto para aquellos reales que no anulen el denominador: $x^2+4=0\rightarrow x^2=-4\rightarrow$ Sin solución.	$(-\infty,+\infty)$
$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-3}}$	Es una función irracional de índice par, definida por lo tanto para aquellos reales que no hagan negativo el radicando. Al estar en el denominador, tampoco puede ser cero: $x-3>0\rightarrow x>3$	$(3,+\infty)$

2. A continuación aparecen parcialmente representadas gráficas de ciertas funciones, la parte que no se muestra continúa la tendencia indicada. Escribe debajo de cada una de ellas las características que se observan:

		
Dominio = $\Re-\{2\}$ Recorrido = $(-\infty,3)$	Dominio = $(-\infty,+\infty)$ Recorrido = $(-\infty,+\infty)$	Dominio = $(-\infty,+\infty)$ Recorrido = $[-2,+\infty)$
Crecimiento y Decrecimiento Decreciente en $x\in(-\infty,2)$ Creciente en $x\in(2,+\infty)$	Crecimiento y Decrecimiento Decreciente en $x\in(-2,2)$ Creciente en $x\in(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$	Crecimiento y Decrecimiento Decreciente en $x\in(-\infty,-1)\cup(0,2)$ Creciente en $x\in(-1,0)\cup(2,+\infty)$
Máximos/Mínimos absolutos y relativos No tiene. No está acotada inferiormente.	Máximos/Mínimos absolutos y relativos Mínimo relativo en x = 2 Máximo relativo en x = -2 No tiene extremos absolutos	Máximos/Mínimos absolutos y relativos Mínimo relativo en x = - 1 Mínimo relativo y absoluto en x = 2. Máximo relativo en x = 0 No está acotada superiormente.

¿Alguna de estas gráficas es *impar*? Indica cuales: La 2ª es simétrica respecto del origen.

¿Alguna de estas gráficas *par*? Indica cuales: Ninguna es simétrica respecto del eje Y.

¿Alguna no es ni *par* ni im*par* pero tiene alguna simetría de otro tipo? Indica cuales: La 1ª tiene una simetría axial respecto del eje x=2.

3. Dadas $f(x)=\dfrac{4x^2-1}{2x}$, $g(x)=\dfrac{x-1}{2}$ contesta las siguientes preguntas:

a) Escribe la expresión simplificada de:

$$(f/g)(x)=\frac{4x^2-1}{2x}:\frac{x-1}{2}=\frac{2(4x^2-1)}{2x(x-1)}=\frac{4x^2-1}{x^2-x}$$

b) Escribe la expresión simplificada de:

$$(f\circ g)(x)=f(g(x))=\frac{4\left(\frac{x-1}{2}\right)^2-1}{2\left(\frac{x-1}{2}\right)}:=\frac{4\left(\frac{x^2-2x+1}{4}\right)-1}{x-1}=\frac{x^2-2x+1-1}{x-1}=\frac{x^2-2x}{x-1}$$

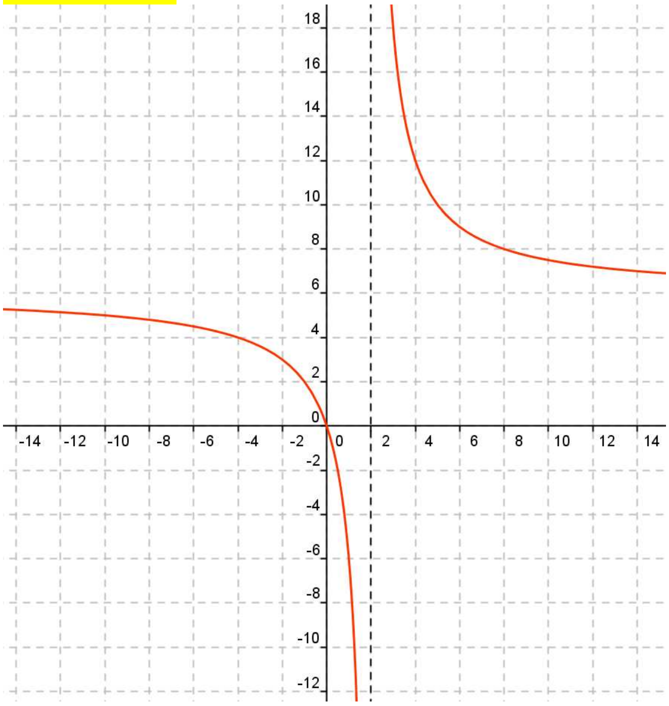
4. Estudia si la función $f(x)=\dfrac{x^2-1}{2x}$ tiene alguna simetría tipo par o impar:

$$f(-x)=\frac{(-x)^2-1}{2(-x)}=\frac{x^2-1}{-2x}=-\frac{x^2-1}{2x}=-f(x)$$

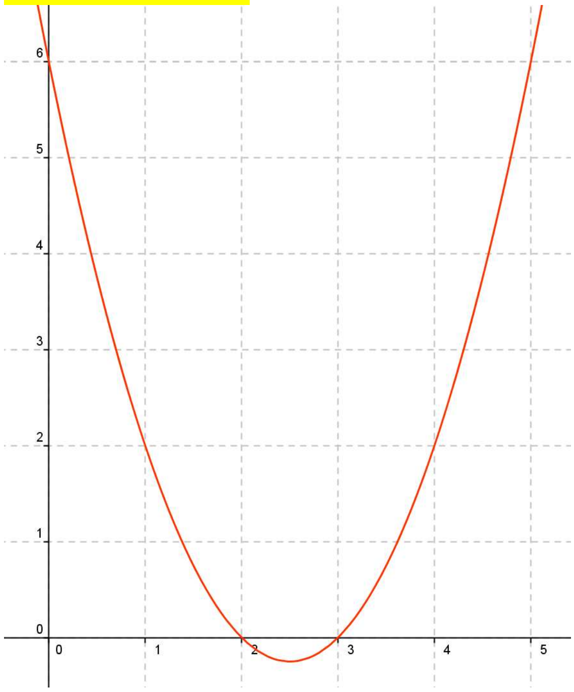
por lo tanto es una función <u>impar</u>

5. Haciendo una tabla de valores adecuada a cada caso y ajustando la escala a los valores obtenidos representa gráficamente las siguientes funciones:

$f(x)=\dfrac{6x}{x-2}$



$f(x)=x^2-5x+6$



6. Halla la función recíproca de $f(x)=\dfrac{x-1}{x}$ y comprueba el resultado construyendo una tabla de cada función:

$$x=\frac{y-1}{y}\rightarrow xy=y-1\rightarrow xy-y=-1\rightarrow y(x-1)=-1\rightarrow y=\frac{-1}{x-1}\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{-1}{x-1}$$

Comprobación

$y=f(x)=\dfrac{x-1}{x}\rightarrow$

x	-2	-1	1	2
y	1,5	2	0	0,5

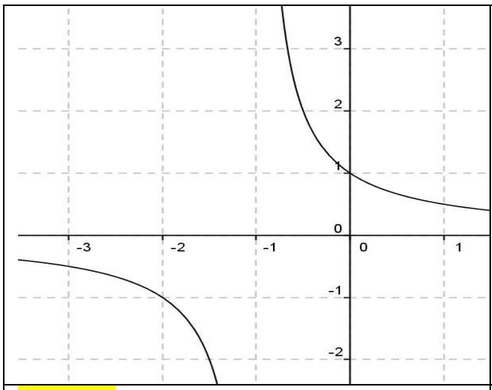
$y=f^{-1}(x)=\dfrac{-1}{x-1}\rightarrow$

x	1,5	2	0	0,5
y	-2	-1	1	2

<u>También:</u> Si se quiere <u>demostrar</u> que son dos funciones recíprocas, se componen ambas funciones y, después de las simplificaciones, se comprueba que resulta la función identidad, es decir, i(x)=x

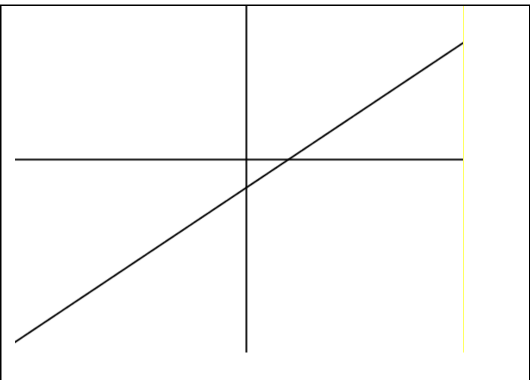
7. Asocia <u>razonadamente</u> las siguientes gráficas con la expresión de la función que mejor le corresponda según sus características:

$f_1(x)=\dfrac{2x-1}{3}$ $\quad f_2(x)=-x-3$ $\quad f_3(x)=2-x-x^2$ $\quad f_4(x)=\dfrac{1}{x+1}$ $\quad f_5(x)=x^3$ $\quad f_6(x)=2^x$



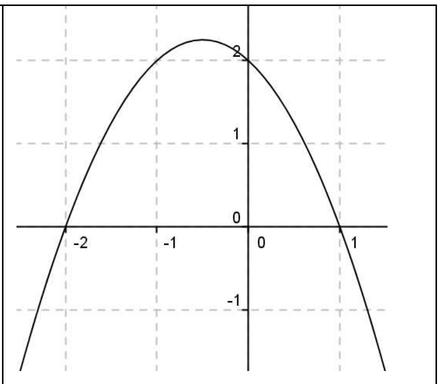
Función: $f_4(x)=\dfrac{1}{x+1}$

Explicación: Vemos en la gráfica que la función no está definida para x=-1, como le sucede a $f_4(x)$



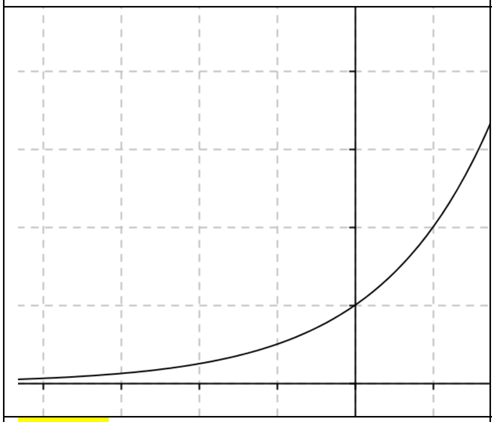
Función: $f_1(x)=\dfrac{2x-1}{3}$

Explicación: Al ser una recta creciente, debe de tratarse de una expresión polinómica de primer grado con pendiente positiva, como le sucede a $f_1(x)$ que tiene pendiente 2/3



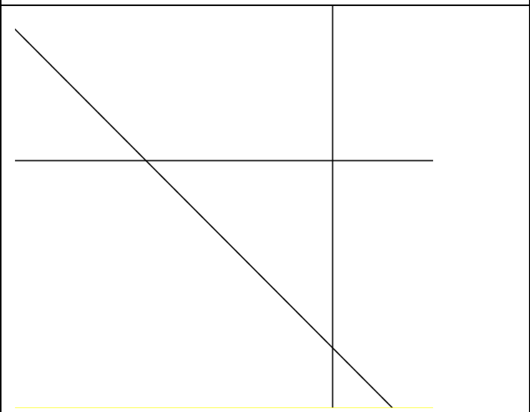
Función: $f_3(x)=2-x-x^2$

Explicación: : Al ser una parábola, debe de tratarse de una expresión polinómica de segundo grado, como le sucede a $f_3(x)$



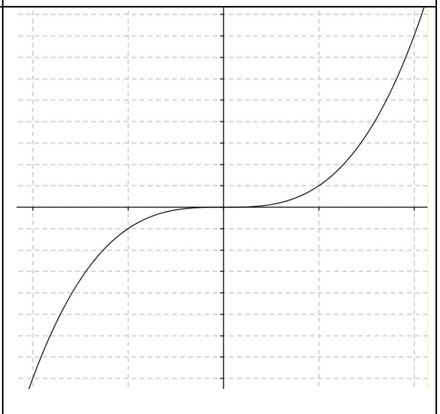
Función: $f_6(x)=2^x$

Explicación: Vemos que la gráfica comienza con crecimiento muy lento para 'lanzarse' a continuación, comportamiento típico de las funciones exponenciales, como es $f_6(x)$



Función: $f_2(x)=-x-3$

Explicación: Al ser una recta decreciente, debe de tratarse de una expresión polinómica de primer grado con pendiente negativa, como le sucede a $f_2(x)$ que tiene pendiente -1



Función: $f_5(x)=x^3$

Explicación: Vemos que la gráfica tiene simetría respecto del origen, por lo que debe tratarse de una función impar. La única de las seis que es impar es $f_5(x)$