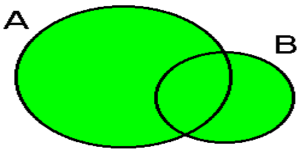
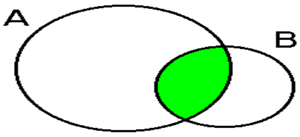
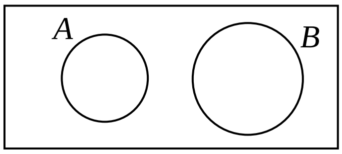
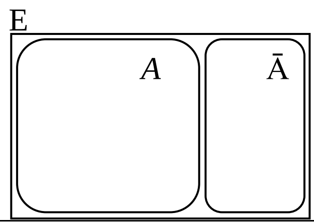
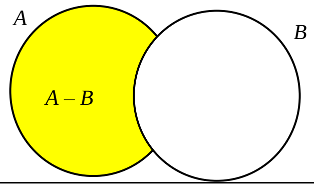
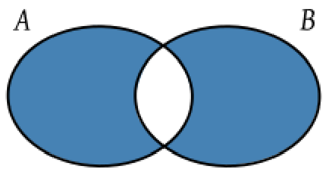
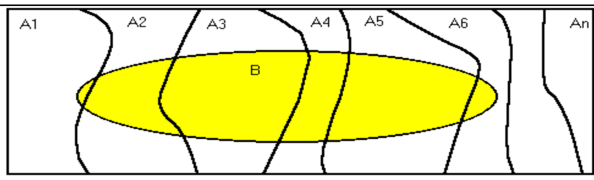
SUCESOS ALEATORIOS Y SU PROBABILIDAD

EXPERIMENTO ALEATORIO		Es aquel experimento del que, aunque conozcamos los posibles resultados que pueda tener, no sabemos cuál de ellos se cumplirá.
ESPACIO MUESTRAL		Es la agrupación de todos los posibles resultados del Experimento Aleatorio. También llamado ***Universo***
SUCESO		Es una agrupación de resultados del Experimento Aleatorio
	SUCESO ELEMENTAL	Es aquel suceso que contiene un único resultado del Experimento Aleatorio
	SUCESO SEGURO	Es el suceso que contiene a todos los posibles resultados del Experimento Aleatorio. Coincide con el espacio muestral. Se escribe ***E***
	SUCESO IMPOSIBLE	Es el suceso que no contiene ninguno de los posibles resultados del Experimento Aleatorio. Se escribe **Ø**

<table>
<tr><td>UNIÓN DE DOS SUCESOS</td><td>Es el suceso que agrupa los resultados del Experimento Aleatorio de ambos sucesos. Es decir, que se cumple si se cumple alguno de los sucesos o ambos.
Se escribe $A \cup B$</td><td></td></tr>
<tr><td>INTERSECCIÓN DE DOS SUCESOS</td><td>Es el suceso formado por los resultados del Experimento Aleatorio comunes a ambos sucesos. Es decir, que se cumple si se cumplen ambos sucesos.
Se escribe $A \cap B$</td><td></td></tr>
<tr><td>SUCESOS INCOMPATIBLES</td><td>También llamados Mutuamente Excluyentes.
Son aquellos que no tienen ningún resultado en común. Es decir, que no pueden cumplirse ambos sucesos simultáneamente.
Obviamente su intersección será el suceso imposible:
$$A \cap B = Ø$$</td><td></td></tr>
<tr><td>SUCESO COMPLEMENTARIO (o Contrario) DE UNO DADO</td><td>Dado un suceso A, su complementario (o Contrario) es aquel suceso que se cumple si y solo si no se cumple el primero. Se escribe $\bar{A}$ (o también A').
Obviamente su intersección será el suceso imposible y su unión el suceso seguro:
$$A \cap \bar{A} = Ø \, , \; A \cup \bar{A} = E$$</td><td></td></tr>
<tr><td>DIFERENCIA DE SUCESOS</td><td>Dado un suceso, su diferencia respecto de otro es aquel suceso que se cumple si se cumple el primero pero no el segundo. Se escribe $A - B$ (o también A\B) y coincide con $A \cap \bar{B}$</td><td></td></tr>
<tr><td>DIFERENCIA SIMÉTRICA DE SUCESOS</td><td>Dados dos sucesos, su diferencia simétrica es aquel suceso que se cumple si se cumple alguno de ellos pero no los dos. Se escribe $A \Delta B$ y coincide con
$$(A-B) \cup (B-A) = (A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A})$$</td><td></td></tr>
<tr><td>PROPIEDADES</td><td colspan="2">Conmutativas: $A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$
Asociativas: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
Distributivas: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
Leyes de De Morgan: $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
Involución: $\bar{\bar{A}} = A$
Idempotencia: $A \cup A = A$ $A \cap A = A$
Elemento Neutro $Ø$: $A \cup Ø = A$ $A \cap Ø = Ø$
Elemento Neutro E: $A \cap E = A$ $A \cup E = E$</td></tr>
</table>

PROBABILIDAD DE UN SUCESO	Es el valor numérico, P(A), que asociaremos a cada suceso A, pretendiendo medir con él la facilidad o dificultad de su cumplimiento de tal manera que, de repetir indefinidamente el experimento aleatorio, la frecuencia relativa de cada suceso se aproximaría progresivamente al valor de probabilidad asignado. En consecuencia es obligatorio que la probabilidad de cada suceso tome un valor positivo; que la probabilidad del suceso seguro sea de un 100%, es decir, 1; y que la probabilidad de la unión de dos sucesos incompatibles sea igual a la suma de sus probabilidades ya que, al no cumplirse simultáneamente, sumando las veces en que se cumple el primero con las veces en que se cumple el segundo coincidirá con aquellas en que se cumpla su unión: • $P(E)=1$ • $P(A)\leq 1$ • *Si A y B son dos sucesos* ***incompatibles***: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
PROPIEDADES DE LA PROBABILIDAD DE UN SUCESO	• $P(\overline{A})=1-P(A)$ • $P(\varnothing)=0$ • *Si A y B son dos sucesos cualesquiera:* $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
REGLA DE LAPLACE	Partiendo de la hipótesis -no siempre razonable- de que todos los resultados posibles sean igualmente probables, se calcularía así la probabilidad de cada suceso: $P(A)=\dfrac{\text{número de resultados con los que se cumple A}}{\text{número total de resultados posibles}}$
PROBABILIDAD CONDICIONADA DE UN SUCESO	Partiendo de un suceso A distinto del imposible y de una función probabilidad P, construiremos una nueva función probabilidad llamada *probabilidad condicionada* con la que calcularemos la probabilidad de que se cumpla cada suceso en la suposición de que **ya se haya cumplido** el suceso A aplicando: $P(B/A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$
SUCESOS INDEPENDIENTES	Diremos que dos sucesos son **independientes** si el que se haya cumplido uno de ellos no facilita ni perjudica el cumplimiento del otro, es decir, que no modifica su probabilidad: A, B sucesos independientes $\Leftrightarrow P(B)=P(B/A)$
PROBABILIDAD DE LA INTERSECCIÓN DE DOS SUCESOS	En lugar de calcular la probabilidad de que se cumplan *simultáneamente* los dos sucesos, calcularíamos primero la de uno de ellos, multiplicándola por la del segundo, pero condicionando esta vez su probabilidad al cumplimiento del primero de los sucesos. Es decir, se aplica la expresión que se deduce al despejar de la probabilidad de la intersección de la fórmula de la probabilidad condicionada: Si A, B son dos sucesos cualesquiera $\Rightarrow P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B/A)$ Y de tratarse de dos sucesos independientes: Si A, B son dos sucesos independientes $\Leftrightarrow P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$
TEOREMA DE LA PROBABILIDAD TOTAL	Si partimos el espacio muestral en varios sucesos incompatibles entre sí: $A_1, A_2, \ldots, A_n$ podremos calcular la probabilidad de un suceso B sumando sus partes:  $P(B)=P(A_1)\cdot P(B/A_1)+P(A_2)\cdot P(B/A_2)+\ldots+P(A_n)\cdot P(B/A_n)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)\cdot P(B/A_i)$
TEOREMA DE BAYES	Con la partición del espacio muestral en varios sucesos incompatibles entre sí: $A_1, A_2, \ldots, A_n$ tendríamos n probabilidades $P(A_i)$ denominadas *'a priori'*. Suponiendo que se haya cumplido un suceso B, podremos calcular de nuevo la probabilidad de cada suceso A_i llamada ahora '*a posteriori*' por estar condicionadas al cumplimiento de B, mediante estas fórmulas: $P(A_j/B)=\dfrac{P(A_j\cap B)}{P(B)}=\dfrac{P(A_j)\cdot P(B/A_j)}{P(A_1)\cdot P(B/A_1)+P(A_2)\cdot P(B/A_2)+\ldots+P(A_n)\cdot P(B/A_n)}$