

Funciones: Cuestiones básicas en exámenes BI - NS

Mayo 00
P1 #1

- (a) Sketch the graph of $f(x) = \sin 3x + \sin 6x$, $0 \leq x \leq 2\pi$.
- (b) Write down the exact period of the function f .

Mayo 00
P1 #16

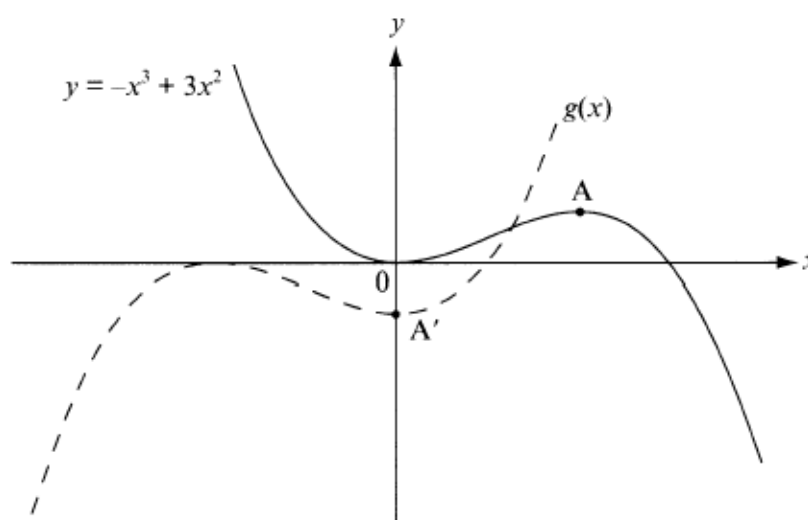
Given that $x > 0$, find the solution of the following system of equations:

$$\frac{8x^3}{y} = 3$$

$$xy - y = x^2 + \frac{9}{4}$$

May 00
P2 #2

The diagram below shows the graphs of $y = -x^3 + 3x^2$ and $g(x) = x^3 + 3x^2 - 4$



The graph of $y = -x^3 + 3x^2$ is reflected in the y -axis, then translated using the vector $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ to give the graph of $y = h(x)$.

- (a) Write $h(x)$ in the form $h(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

The graph of $y = x^3 + 3x^2 - 4$ is obtained by applying a composition of two transformations to the graph of $y = -x^3 + 3x^2$.

- (b) State the two transformations whose composition maps the graph of $y = -x^3 + 3x^2$ onto the graph of $y = x^3 + 3x^2 - 4$ and also maps point A onto point A'.

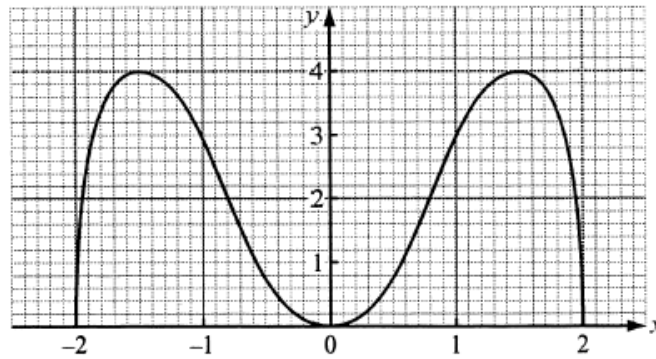
Nov 00
P1 #2

Given functions $f: x \mapsto x + 1$ and $g: x \mapsto x^3$, find the function $(f \circ g)^{-1}$

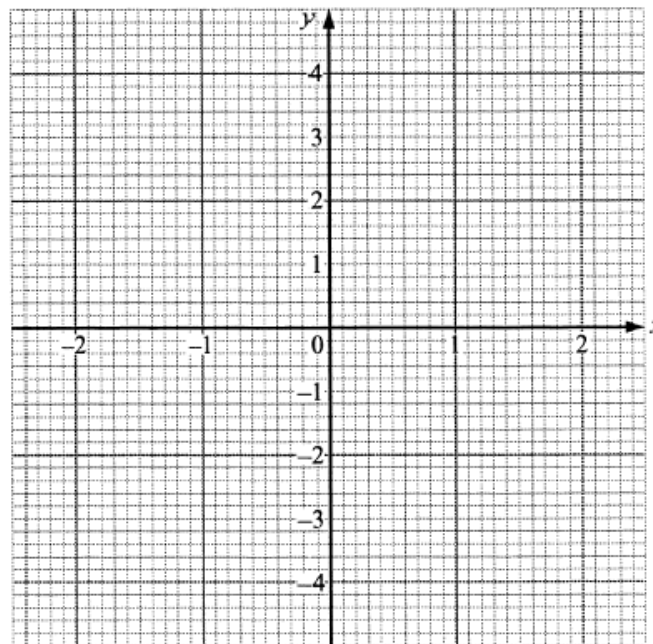
Nov 00
P1 #20



The following graph is that part of the graph of $y = f(x)$ for which $f(x) \geq 0$.



Sketch, on the axes provided below, the graph of $y^2 = f(x)$ for $-2 \leq x \leq 2$.



Mayo 01
P1 #5



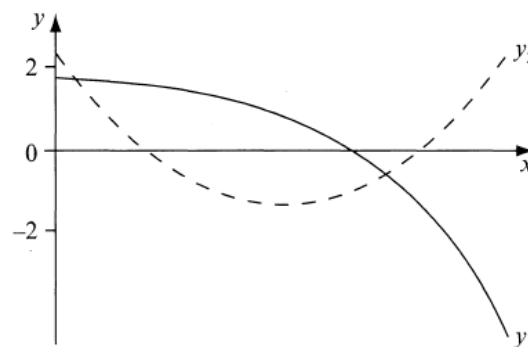
Let $f : x \mapsto \sqrt{\frac{1}{x^2} - 2}$. Find

- the set of real values of x for which f is real and finite ;
- the range of f .

Mayo 01
P1 #19



The diagram shows the graph of the functions y_1 and y_2 .



On the same axes sketch the graph of $\frac{y_1}{y_2}$. Indicate clearly where the x -intercepts and asymptotes occur.

Nov 01

P1 #5

Tenemos la función $f: x \mapsto \frac{2x+1}{x-1}$, $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 1$. Halle la función inversa, f^{-1} , estableciendo claramente su dominio.

May 02

P1 #15

La función uno a uno f está definida en el dominio $x > 0$ por $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$

(a) Indique el rango A de f .

(b) Halle una expresión de $f^{-1}(x)$ para $x \in A$.

Nov 02

P1 #2

La gráfica de la función $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 1$ es trasladada a su imagen $g(x)$ por el vector $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Escriba $g(x)$ en la forma $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Nov 02

P1 #4

Halle las ecuaciones de las asíntotas de la gráfica de $y = \frac{x^2 - 5x - 4}{x^2 - 5x + 4}$.

Nov 02

P1 #7

Las funciones $f(x)$ y $g(x)$ están dadas por $f(x) = \sqrt{x-2}$ y $g(x) = x^2 + x$.

La función $(f \circ g)(x)$ está definida para $x \in \mathbb{R}$, a excepción del intervalo $]a, b[$.

(a) Halle el valor de a y de b .

(b) Halle el recorrido de $f \circ g$.

May 03

P1 #13



Resuelva la inecuación $|x-2| \geq |2x+1|$

May 03

P1 #17

La función f está definida para $x \leq 0$ por $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

Halle una expresión de $f^{-1}(x)$.

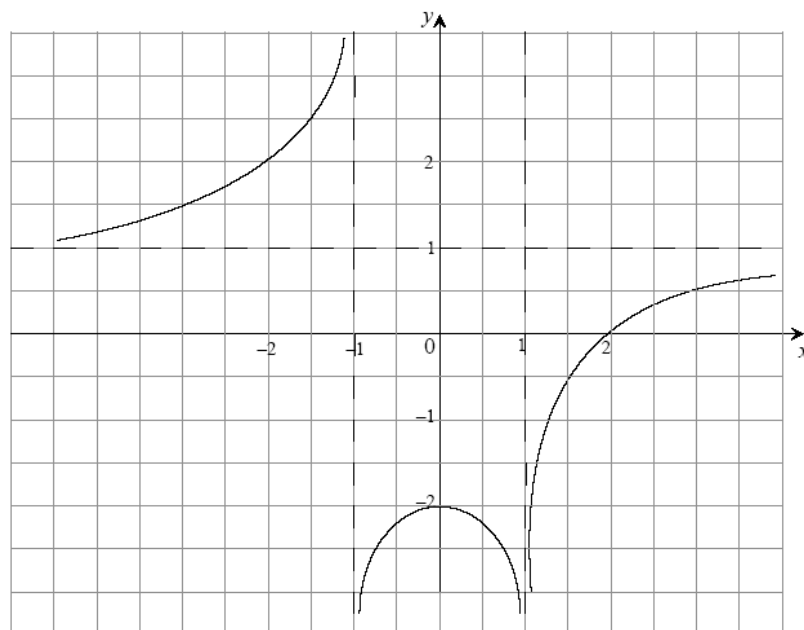
Nov 03

P1 #6



En el diagrama aparece la gráfica de $f(x)$.

(a) Sobre el mismo diagrama dibuje aproximadamente la gráfica de $\frac{1}{f(x)}$, indicando claramente todas las asíntotas.



(b) Sobre el mismo diagrama, escriba las coordenadas del máximo local, el mínimo local y las intersecciones con el eje x y con el eje y de $\frac{1}{f(x)}$.

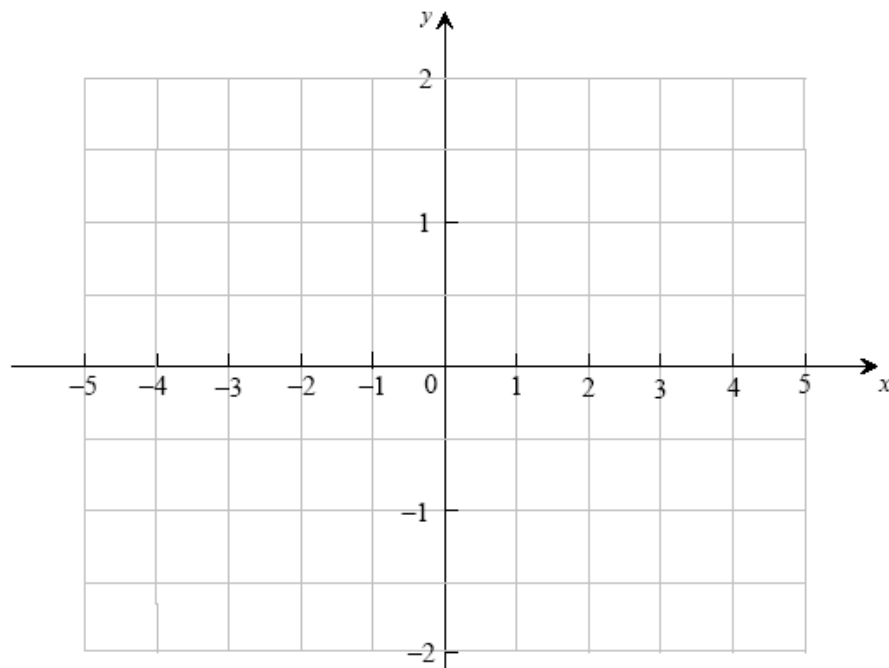
Nov 03

P1 #14



Sea $f(x) = \sin\left(\arcsen\frac{x}{4} - \arccos\frac{3}{5}\right)$, para $-4 \leq x \leq 4$.

- (a) En la siguiente cuadrícula, dibuje de forma aproximada la gráfica de $f(x)$.



- (b) En la gráfica, indique claramente las coordenadas de los puntos de corte con el eje x y con el eje y , el mínimo y los extremos de la curva $f(x)$.
- (c) Resuelva $f(x) = -\frac{1}{2}$.

Nov 03

P1 #17



Sea $f(x) = \frac{x+4}{x+1}$, $x \neq -1$ y $g(x) = \frac{x-2}{x-4}$, $x \neq 4$.

Halle el conjunto de valores de x para los cuales $f(x) \leq g(x)$

May 04

P1 TZ1

#3



For $0 \leq x \leq 6$, find the coordinates of the points of intersection of the curves

$$y = x^2 \cos x \text{ and } x + 2y = 1.$$

May 04

P1 TZ1

#9



The function f is defined on the domain $[-1, 0]$ by

$$f : x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$$

- (a) Write down the range of f .
- (b) Find an expression for $f^{-1}(x)$.

May 04

P1 TZ1

#16



Solve the inequality

$$\left| \frac{x+12}{x-12} \right| \leq 3$$

May 04

P1 TZ2

#3

Para $-3 \leq x \leq 3$, halle las coordenadas de los puntos de intersección de las curvas

$$y = x \operatorname{sen} x \text{ y } x + 3y = 1.$$

May 04

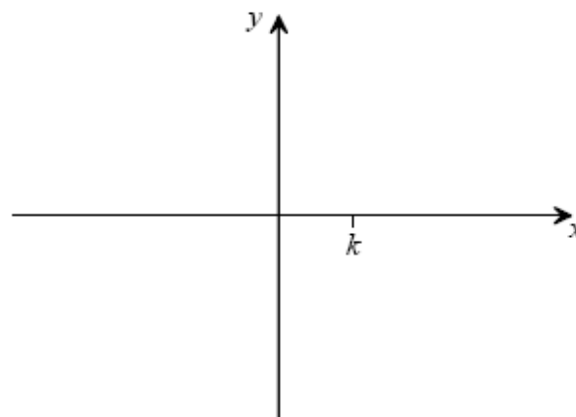
P1 TZ2

#10

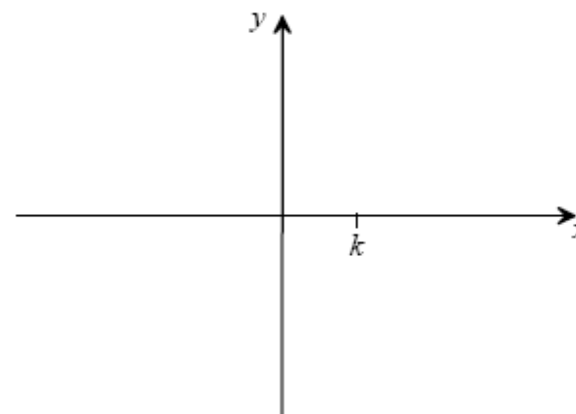


Sea $f(x) = \frac{k}{x-k}$, $x \neq k$, $k > 0$.

- (a) Dibuje aproximadamente, sobre el diagrama que aparece a continuación, la gráfica de f . Rotule claramente todos los puntos de intersección con los ejes y todas las asíntotas.



- (b) Dibuje aproximadamente, sobre el diagrama que aparece a continuación, la gráfica de $\frac{1}{f}$. Rotule claramente todos los puntos de intersección con los ejes.



May 04

P1 TZ2

#11

La función f viene definida por $f: x \mapsto x^3$.Halle la expresión de $g(x)$ en función de x en cada uno de los siguientes casos

(a) $(f \circ g)(x) = x + 1$;

(b) $(g \circ f)(x) = x + 1$.

May 04
P1 TZ2
#16



Resuelva la inecuación

$$\left| \frac{x+9}{x-9} \right| \leq 2$$

Nov 04
P1 #1



(a) Halle el mayor conjunto S de valores de x tal que la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3-x^2}}$ tome valores reales.

(b) Halle el recorrido de la función f definida sobre el dominio S .

Nov 04
P1 #10



Considere la ecuación $e^{-x} = \cos 2x$, para $0 \leq x \leq 2\pi$.

(a) ¿Cuántas soluciones tiene esta ecuación?

(b) Halle la solución más próxima a 2π , expresando la respuesta con **cuatro** cifras decimales.

Nov 04
P1 #15



Halle los valores de m tales que para todo x

$$m(x+1) \leq x^2$$

May 05
P1 TZ1
#14



Consider the functions $f(x) = e^{2x}$ and $g(x) = \sin \frac{\pi x}{2}$.

(a) Find the period of the function $f \circ g$.

(b) Find the intervals for which $(f \circ g(x)) > 4$.

May 05
P1 TZ1
#16



(a) Sketch the graph of $y = \frac{x-12}{\sqrt{x^2-4}}$.

(b) Write down

(i) the x -intercept;

(ii) the equations of all asymptotes.

Mayo 05
P1 TZ2
#2



Resuelva la ecuación $\left| e^{2x} - \frac{1}{x+2} \right| = 2$

Mayo 05
P1 TZ2
#2



La función f está definida para $x > 2$ como $f(x) = \ln x + \ln(x-2) - \ln(x^2-4)$

(a) Exprese $f(x)$ en la forma $\ln\left(\frac{x}{x+a}\right)$.

(b) Halle una expresión para $f^{-1}(x)$.

Nov 05
P1 #13

Sean f y g dos funciones. Dado que $(f \circ g)(x) = \frac{x+1}{2}$ y $g(x) = 2x-1$, halle $f(x-3)$

Nov 05

P1 #19



Halle el mayor conjunto de valores de x de modo que la función f dada por $f(x) = \sqrt{\frac{8x-4}{x-3}}$ tome valores reales.

Muestra

06/08

P1 #9/

#13



The functions f and g are defined by $f: x \mapsto e^x$, $g: x \mapsto x+2$

(a) Calculate $f^{-1}(3) \times g^{-1}(3)$.

(b) Show that $(f \circ g)^{-1}(3) = \ln 3 - 2$.

Muestra

06/08

P1/P2

#18/#2



Mayo 06

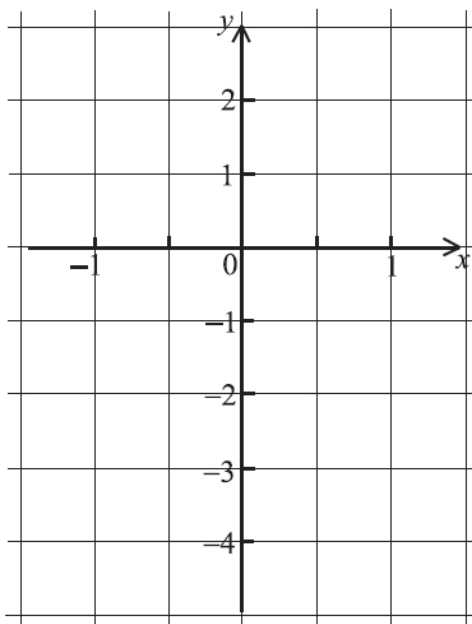
P1 #15



Let $f(x) = \frac{x+4}{x+1}$, $x \neq -1$ and $g(x) = \frac{x-2}{x-4}$, $x \neq 4$. Find the set of values of x such that $f(x) \leq g(x)$.

Sea f la función $f(x) = x \arccos x + \frac{1}{2}x$ para $-1 \leq x \leq 1$ y g la función $g(x) = \cos 2x$ para $-1 \leq x \leq 1$.

(a) En la siguiente cuadrícula, dibuje aproximadamente la gráfica de f y la gráfica de g .



(b) Escriba la solución de la ecuación $f(x) = g(x)$.

(c) Escriba el recorrido de g .

Mayo 06

P1 #9



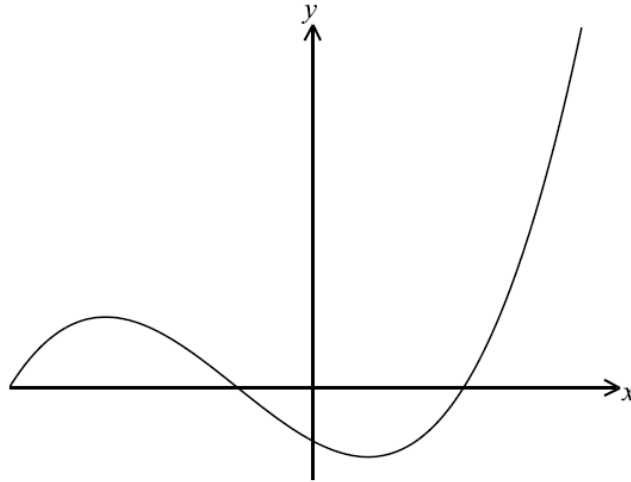
Resuelva $|\ln(x+3)| = 1$. Dé sus respuestas de forma **exacta**.

Mayo 06
P1 #20

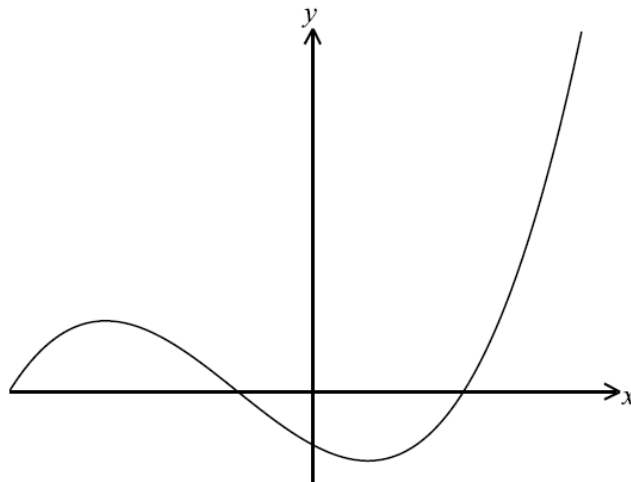


Cada uno de los siguientes diagramas muestra la gráfica de una función f . Dibuje aproximadamente sobre los ejes dados, las gráficas de

(a) $|f(-x)|$;



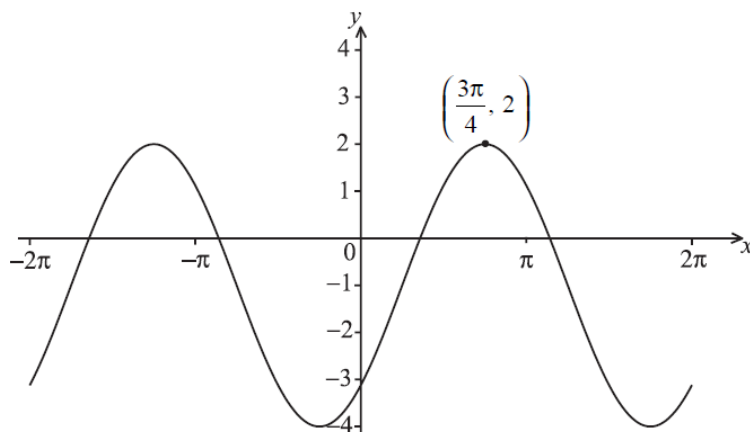
(b) $\frac{1}{f(x)}$.



Nov 06
P1 #12



En la gráfica que se muestra a continuación se representa $y = a \operatorname{sen}(x+b) + c$, donde a , b , y c son constantes.



Halle los valores de a , b y c .

Mayo 07

P1 TZ1

#4



The function f is defined as $f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$, $x \neq -2$.

(a) Find an expression for $f^{-1}(x)$.

(b) Write down the domain of f^{-1} .

Mayo 07

P1 TZ1

#17



The functions f and g are defined by

$$f(x) = 2x - 1,$$

$$g(x) = \frac{x}{x+1}, \quad x \neq -1$$

Find the values of x for which $(f \circ g)(x) \leq (g \circ f)(x)$.

Mayo 07

P1 TZ2

#14

La gráfica de $y = \cos x$ es transformada en la gráfica de $y = 8 - 2 \cos \frac{\pi x}{6}$.

Halle una secuencia de transformaciones geométricas sencillas que logre hacer esto.

Nov 07

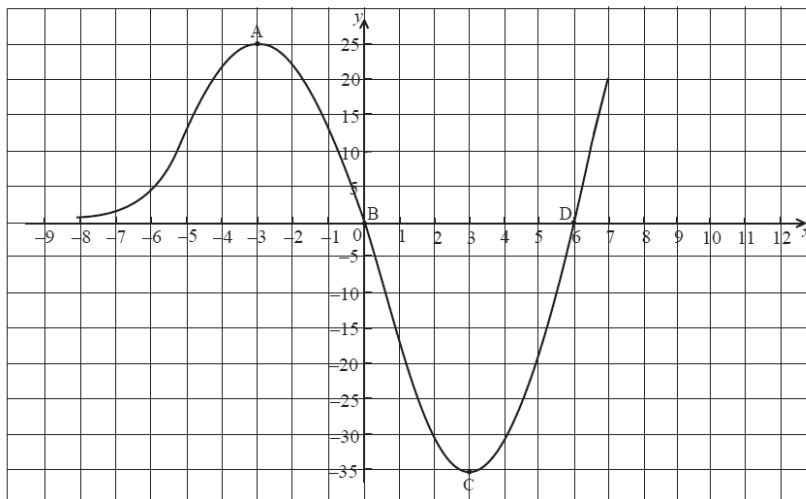
P1 #8



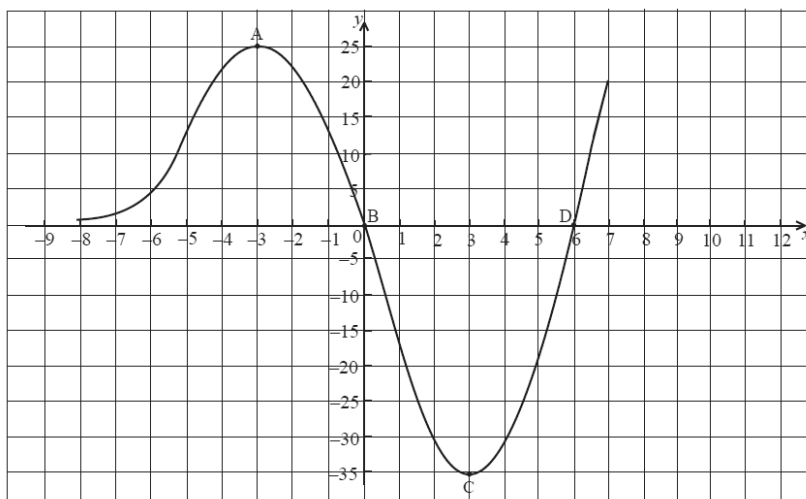
El diagrama que aparece a continuación muestra la gráfica de $y = f(x)$ la cual pasa por los puntos A, B, C y D.

Dibuje aproximadamente, indicando claramente la posición de las imágenes de A, B, C y D, las gráficas de

(a) $y = f(x-4)$;



(b) $y = f(-3x)$.



Nov 07

P1 #13



Determine todos los valores de x que satisfacen cada una de las siguientes desigualdades

(a) $\frac{|x|+2}{|x|-3} < 4$;

(b) $\frac{xe^x}{(x^2-1)} \geq 1$.

Nov 07

P2 #2A



- (a) La función f está definida de la siguiente forma $f(x) = (x+2)^2 - 3$.
La función g viene dada por $g(x) = ax + b$, donde a y b son constantes.

Halle el valor de a , siendo $a > 0$ y el correspondiente valor de b , de tal forma que se cumpla

$$f(g(x)) = 4x^2 + 6x - \frac{3}{4}.$$

- (b) Las funciones h y k vienen dadas, respectivamente, por $h(x) = 5x + 2$ y $k(x) = cx^2 - x + 2$. Halle el valor de c para el cual las raíces de $h(k(x)) = 0$ son iguales.

Mayo 08

P1 TZ1

#8



The functions f and g are defined as:

$$f(x) = e^{x^2}, \quad x \geq 0$$

$$g(x) = \frac{1}{x+3}, \quad x \neq -3.$$

- (a) Find $h(x)$ where $h(x) = g \circ f(x)$.

- (b) State the domain of $h^{-1}(x)$.

- (c) Find $h^{-1}(x)$.

Mayo 08

P1 TZ1

#4



Let $f(x) = \frac{4}{x+2}$, $x \neq -2$ and $g(x) = x - 1$.

If $h = g \circ f$, find

- (a) $h(x)$;

- (b) $h^{-1}(x)$, where h^{-1} is the inverse of h .

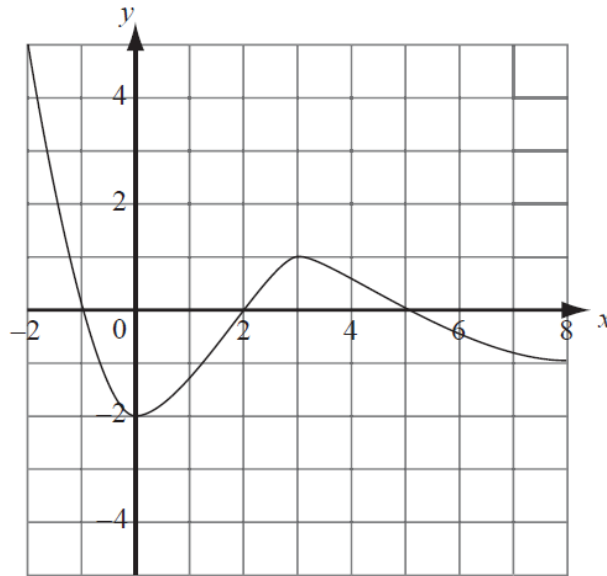
Mayo 08

P2 TZ2

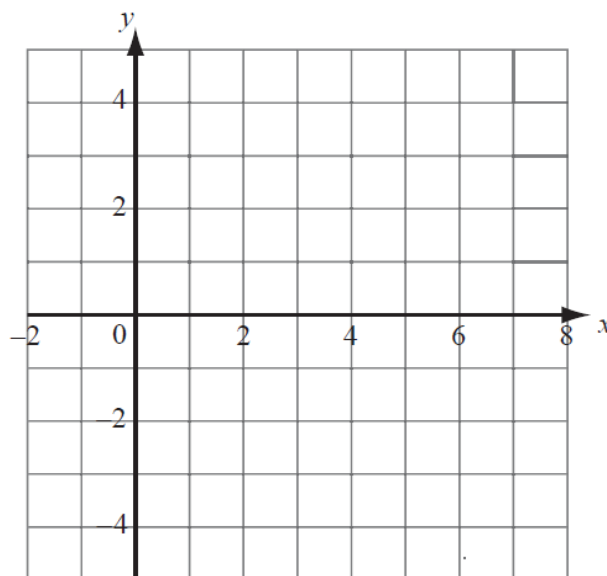
#8



A continuación se muestra la gráfica de $y = f(x)$ para $-2 \leq x \leq 8$.



Sobre los ejes provistos, dibuje aproximadamente la gráfica de $y = \frac{1}{f(x)}$, mostrando claramente alguna asíntota e indicando las coordenadas de algún máximo o mínimo local que haya.



Mayo 08

P2 TZ1

#7



A system of equations is given by

$$\cos x + \cos y = 1.2$$

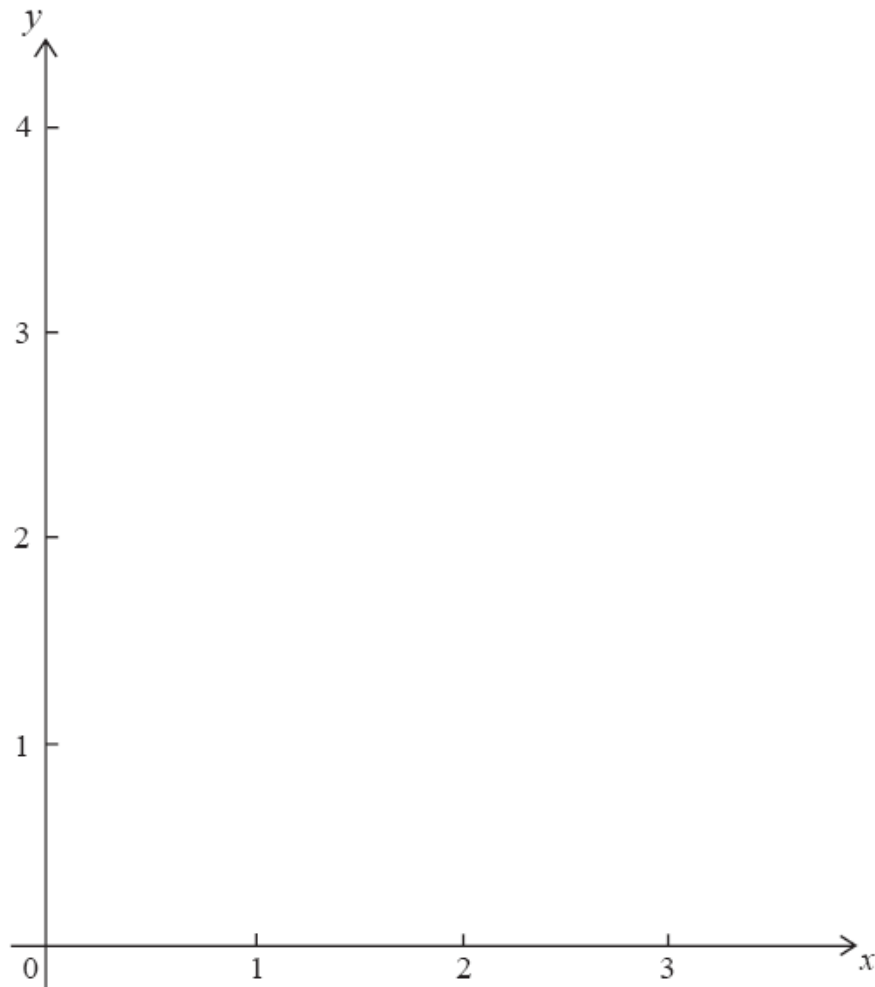
$$\sin x + \sin y = 1.4.$$

- (a) For each equation express y in terms of x .
- (b) **Hence** solve the system for $0 < x < \pi$, $0 < y < \pi$.

Mayo 08
P2 TZ1
#2



- (a) Sketch the curve $f(x) = |1 + 3 \sin(2x)|$, for $0 \leq x \leq \pi$. Write down on the graph the values of the x and y intercepts.



- (b) By adding **one** suitable line to your sketch, find the number of solutions to the equation $\pi f(x) = 4(\pi - x)$.

Mayo 08
P2 TZ1
#2



The depth, $h(t)$ metres, of water at the entrance to a harbour at t hours after midnight on a particular day is given by

$$h(t) = 8 + 4 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right), \quad 0 \leq t \leq 24.$$

- (a) Find the maximum depth and the minimum depth of the water.
- (b) Find the values of t for which $h(t) \geq 8$.

Mayo 08
P2 TZ2
#10



Halle el conjunto de valores de x para los cuales $|0,1x^2 - 2x + 3| < \log_{10} x$.

Nov 08

P2 #6



- (a) Dibuje aproximadamente la curva $y = |\ln x| - |\cos x| - 0,1$, $0 < x < 4$, mostrando claramente las coordenadas de los puntos de corte con el eje x y las coordenadas de todos los máximos y mínimos locales.

- (b) Halle los valores de x para los cuales $|\ln x| > |\cos x| + 0,1$, $0 < x < 4$.

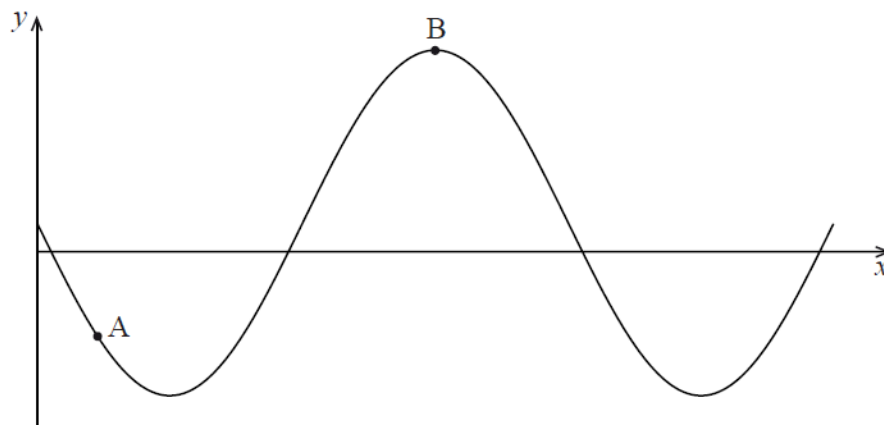
Mayo 09

P1 TZ1

#2



The diagram below shows a curve with equation $y = 1 + k \sin x$, defined for $0 \leq x \leq 3\pi$.



The point $A\left(\frac{\pi}{6}, -2\right)$ lies on the curve and $B(a, b)$ is the maximum point.

- (a) Show that $k = -6$.
- (b) Hence, find the values of a and b .

Mayo 09

P1 TZ2

#11



Una función está definida por $f(x) = k\sqrt{x}$ con $k > 0$ y $x \geq 0$.

- (a) Dibuje aproximadamente la gráfica de $y = f(x)$.
- (b) Compruebe que f es una función inyectiva.
- (c) Halle la función inversa, $f^{-1}(x)$, e indique su dominio.
- (d) Si las gráficas de $y = f(x)$ y de $y = f^{-1}(x)$ se cortan en el punto $(4, 4)$, halle el valor de k .

Mayo 09

P2 TZ2

#4



- (a) La gráfica de $y = \ln(x)$ se transforma en la gráfica de $y = \ln(2x+1)$. Describa dos transformaciones necesarias para esto.

- (b) Resuelva $\ln(2x+1) > 3 \cos(x)$, $x \in [0, 10]$.

Nov 09

P1 #4



Considere la función f , donde $f(x) = \arcsen(\ln x)$.

- (a) Halle el dominio de f .
- (b) Halle $f^{-1}(x)$.

Nov 09

P2 #1



Halle los valores de k para los cuales la ecuación $x^3 + x^2 - x + 2 = k$ tiene tres soluciones reales distintas entre sí.

Nov 09

P2 #9



Considere la función g , donde $g(x) = \frac{3x}{5+x^2}$.

- Sabiendo que el dominio de g es $x \geq a$, halle el menor valor de a para el cual existe la función inversa de g .
- Dibuje aproximadamente, utilizando los mismos ejes de coordenadas,
 - la gráfica de g para este valor de a ;
 - la correspondiente función inversa, g^{-1} .
- Halle una expresión para $g^{-1}(x)$.

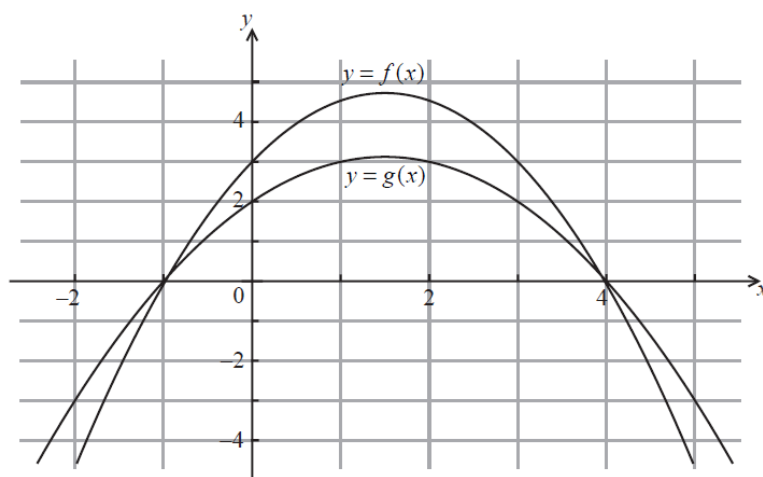
Mayo 10

P1 TZ1

#2



Shown below are the graphs of $y = f(x)$ and $y = g(x)$.



If $(f \circ g)(x) = 3$, find all possible values of x .

Mayo 10

P1 TZ2

#10



A function f is defined by $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$, $x \neq 1$.

- Find an expression for $f^{-1}(x)$.
- Solve the equation $|f^{-1}(x)| = 1 + f^{-1}(x)$.

Mayo 10

P2 TZ1

#9



Let $f(x) = \frac{4-x^2}{4-\sqrt{x}}$.

- State the largest possible domain for f .
- Solve the inequality $f(x) \geq 1$.

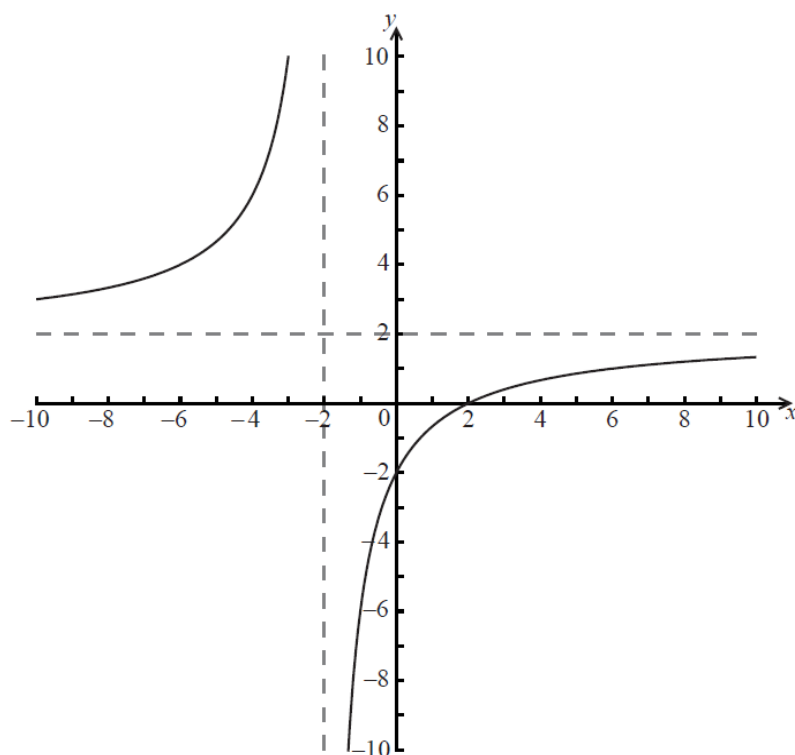
Mayo 10

P1 TZ1

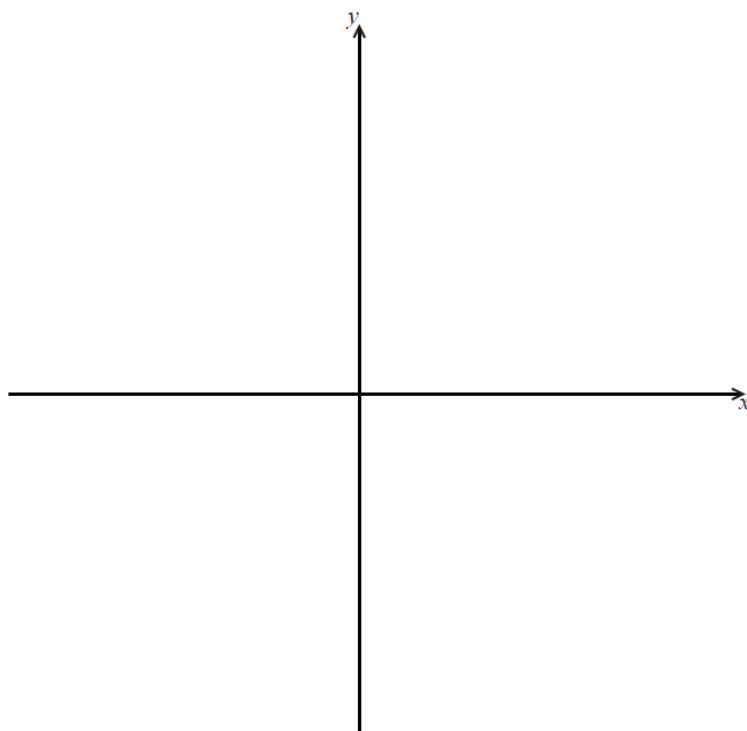
#5



The graph of $y = \frac{a+x}{b+cx}$ is drawn below.



- (a) Find the value of a , the value of b and the value of c .
- (b) Using the values of a , b and c found in part (a), sketch the graph of $y = \left| \frac{b+cx}{a+x} \right|$ on the axes below, showing clearly all intercepts and asymptotes.



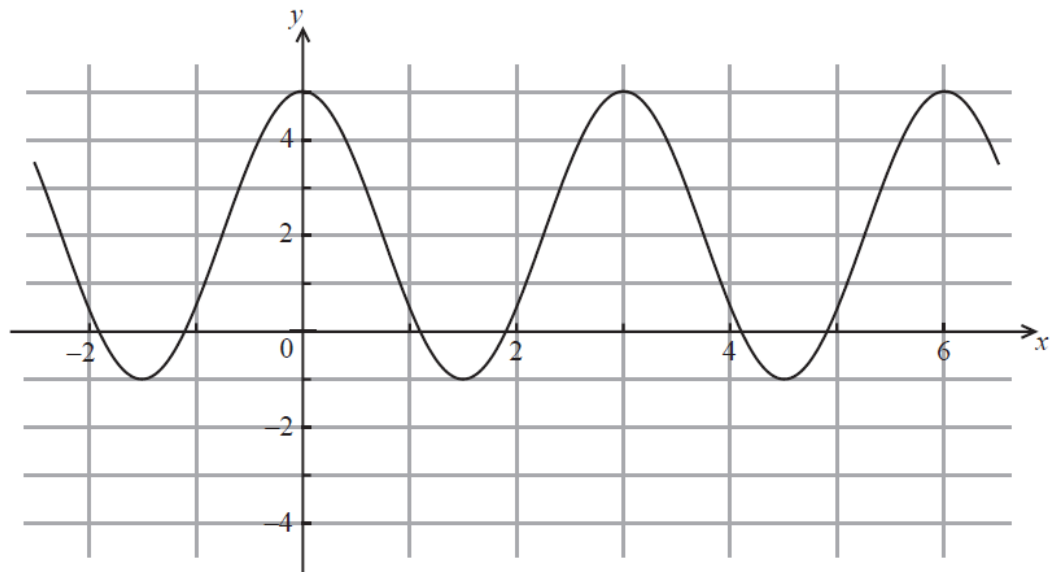
Mayo 10

P2 TZ1

#1



The graph below shows $y = a \cos(bx) + c$.



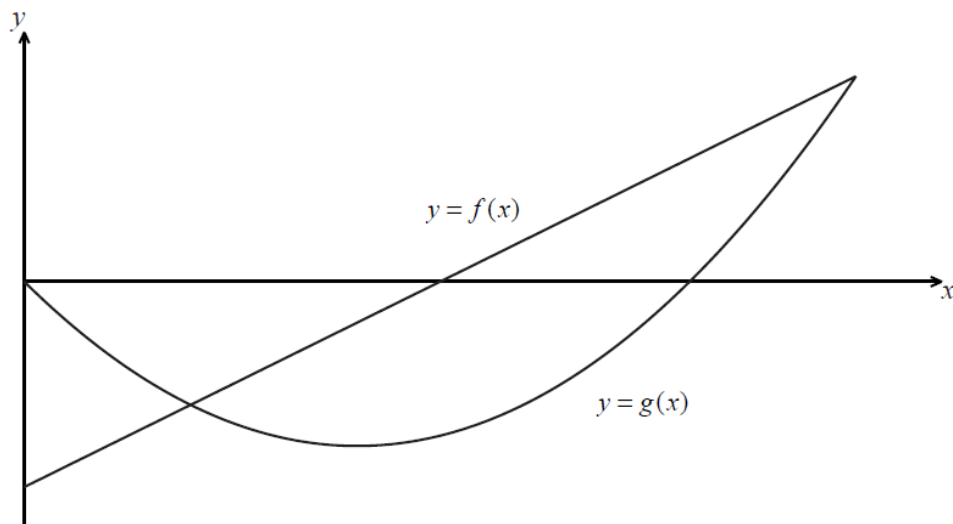
Find the value of a , the value of b and the value of c .

Nov 10

P2 #8



La siguiente figura muestra la gráfica de una función lineal f y la de una función cuadrática g .



Sobre esos mismos ejes de coordenadas, dibuje aproximadamente la gráfica de $\frac{f}{g}$. Indique claramente dónde se produce la intersección con el eje x y dónde se hallan las asíntotas.

Nov 10

P1 #9



Considere la función $f : x \rightarrow \sqrt{\frac{\pi}{4} - \arccos x}$.

- Halle el mayor dominio posible de f .
- Determine una expresión para la función inversa, f^{-1} , y escriba su dominio.

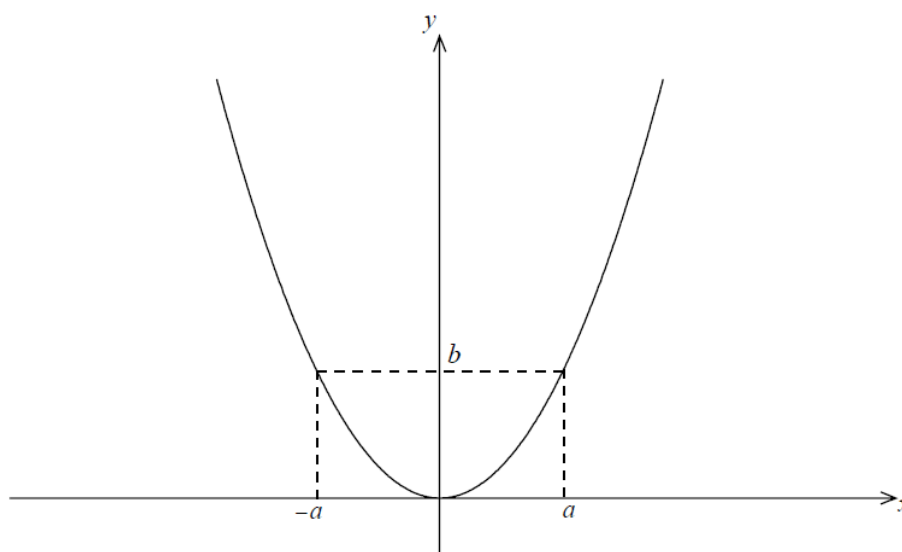
Mayo 11

P1 TZ1

#10

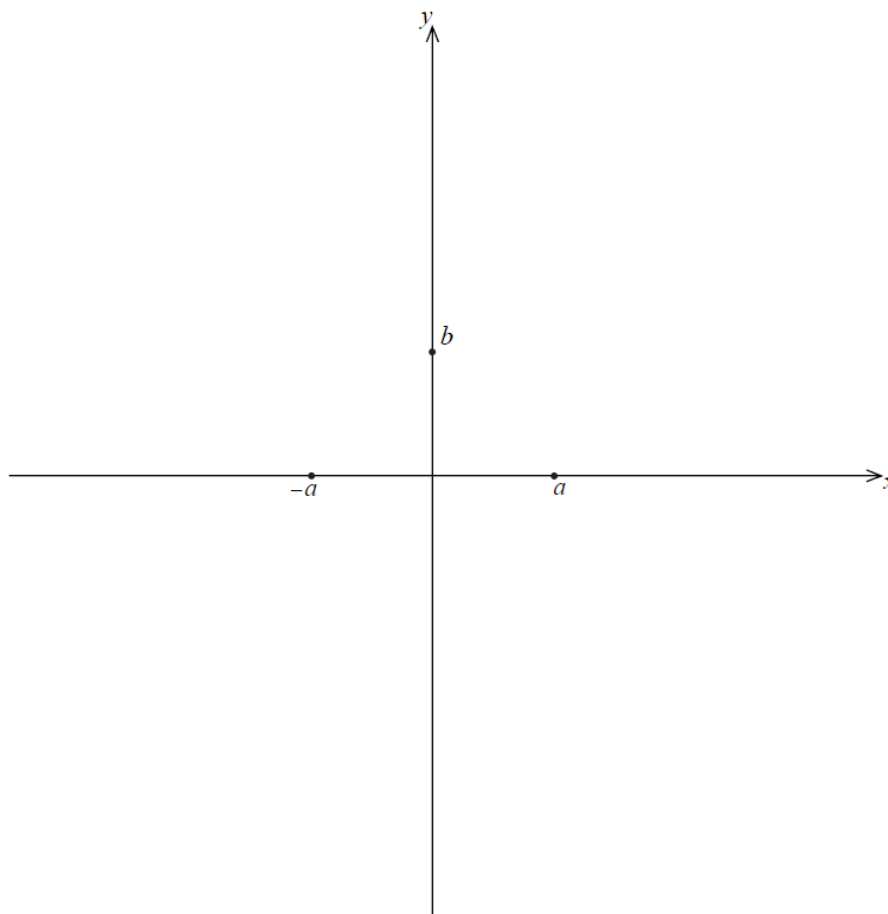


The diagram below shows the graph of the function $y = f(x)$, defined for all $x \in \mathbb{R}$, where $b > a > 0$.



Consider the function $g(x) = \frac{1}{f(x-a)-b}$.

- Find the largest possible domain of the function g .
- On the axes below, sketch the graph of $y = g(x)$. On the graph, indicate any asymptotes and local maxima or minima, and write down their equations and coordinates.



Mayo 11
P1 TZ1
#8



Consider the functions given below.

$$f(x) = 2x + 3$$

$$g(x) = \frac{1}{x}, x \neq 0$$

- (a) (i) Find $(g \circ f)(x)$ and write down the domain of the function.
- (ii) Find $(f \circ g)(x)$ and write down the domain of the function.
- (b) Find the coordinates of the point where the graph of $y = f(x)$ and the graph of $y = (g^{-1} \circ f \circ g)(x)$ intersect.

Mayo 11
P1 TZ2
#1



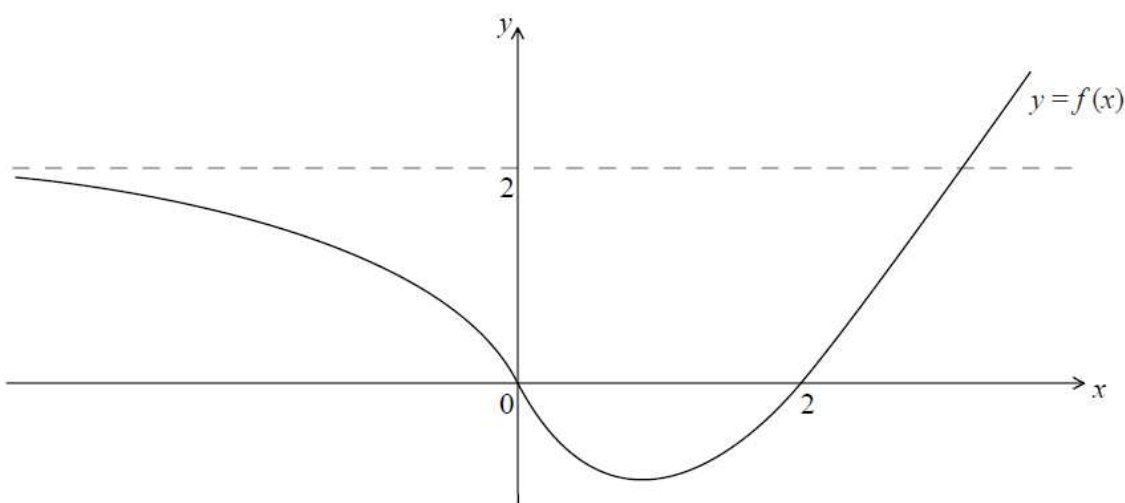
La función cuadrática $f(x) = p + qx - x^2$ alcanza un valor máximo, igual a 5, para $x = 3$.

- (a) Halle el valor de p y el valor de q .
- (b) La gráfica de $f(x)$ se traslada 3 unidades en la dirección paralela al eje x y en sentido positivo. Determine la ecuación de la nueva gráfica.

Mayo 11
P1 TZ2
#5



La siguiente figura muestra la gráfica de $y = f(x)$. La gráfica tiene una asíntota horizontal en $y = 2$.



- (a) Dibuje aproximadamente la gráfica de $y = \frac{1}{f(x)}$.
- (b) Dibuje aproximadamente la gráfica de $y = x f(x)$.

Mayo 11
P2 TZ2
#5



Dibuje aproximadamente la gráfica de $f(x) = x + \frac{8x}{x^2 - 9}$. Señale claramente las coordenadas de los dos máximos y de los dos mínimos. Señale claramente y dé las ecuaciones de las asíntotas verticales y de la asíntota oblicua.

Mayo 11
P1 TZ2
#8

Una función viene dada por: $h(x) = 2e^x - \frac{1}{e^x}$, $x \in \mathbb{R}$. Halle una expresión para $h^{-1}(x)$.

Nov 11
P1 #9



Considere la ecuación $yx^2 + (y-1)x + (y-1) = 0$.

(a) Halle el conjunto de valores de y para los cuales esta ecuación tiene raíces reales.

(b) A partir de lo anterior, determine el recorrido de la función $f: x \rightarrow \frac{x+1}{x^2+x+1}$.

(c) Explique por qué la función f no tiene inversa.

Nov 11
P2 #8



Sabiendo que $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$,

(a) halle $f^{-1}(x)$ e indique su dominio;

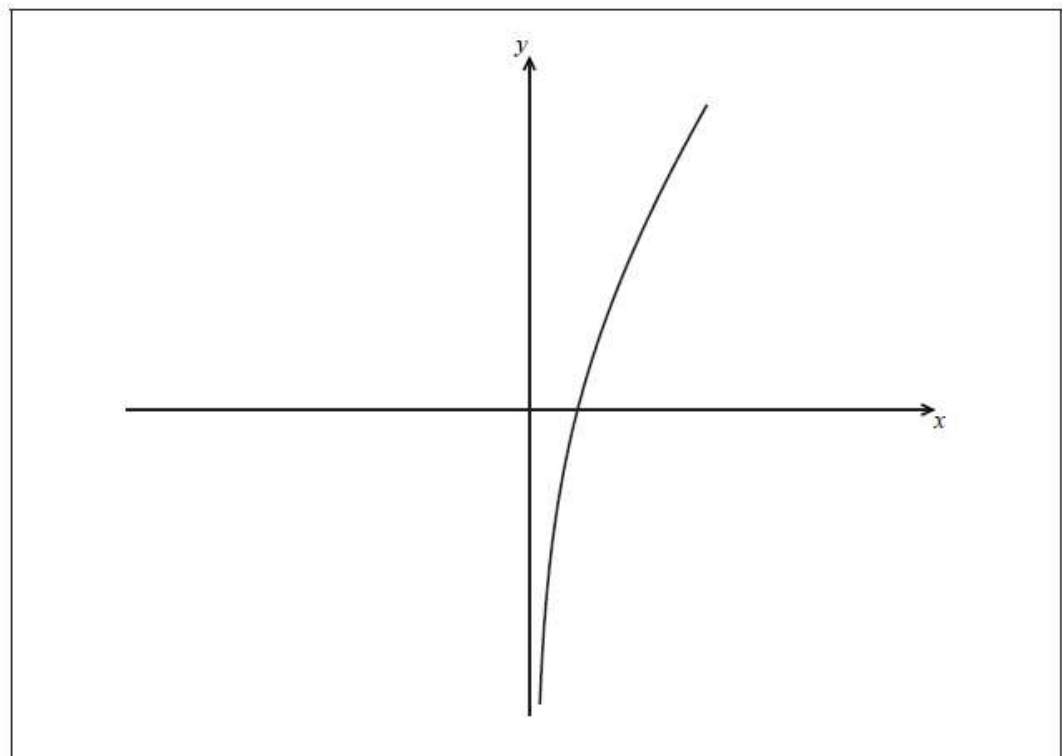
(b) halle el valor de x tal que $f(x) = f^{-1}(x)$.

Mayo 12
P1 TZ1
#4



The graph below shows $y = f(x)$, where $f(x) = x + \ln x$.

(a) On the graph below, sketch the curve $y = f^{-1}(x)$.



(b) Find the coordinates of the point of intersection of the graph of $y = f(x)$ and the graph of $y = f^{-1}(x)$.

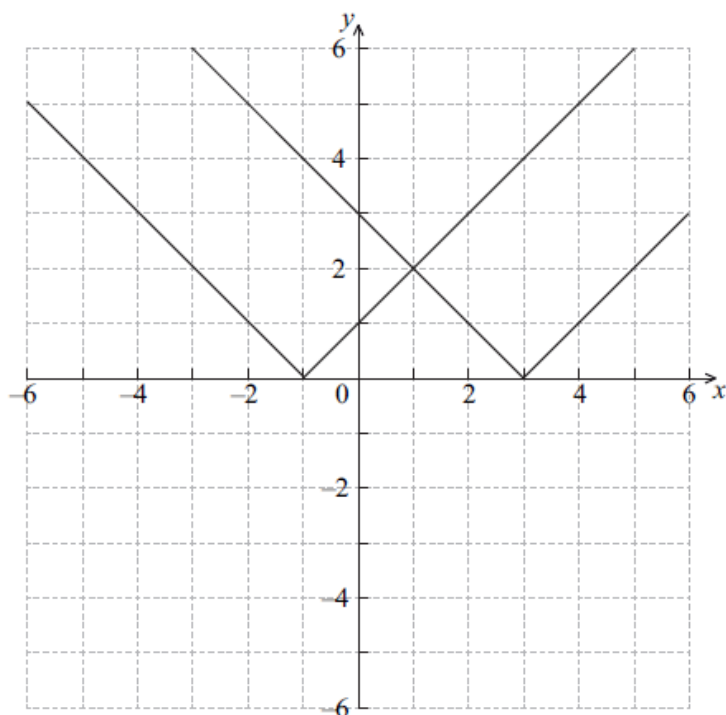
Mayo 12

P1 TZ1

#2

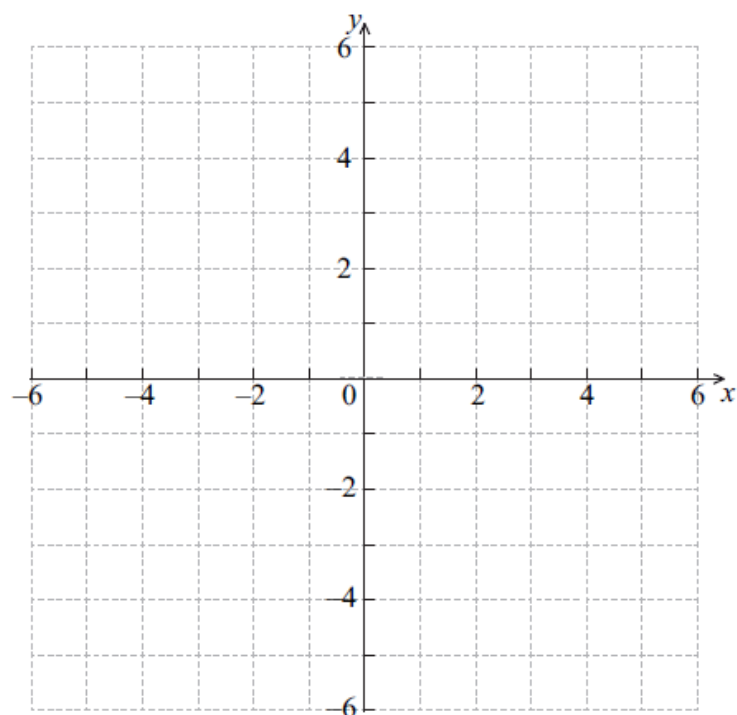


The graphs of $y = |x + 1|$ and $y = |x - 3|$ are shown below.



Let $f(x) = |x + 1| - |x - 3|$.

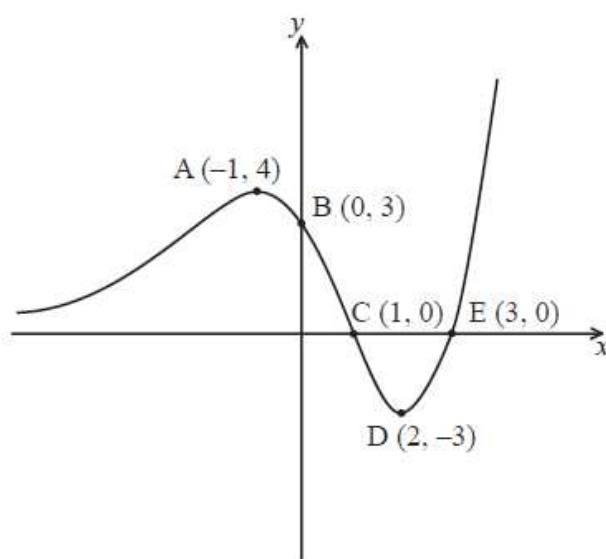
- (a) Draw the graph of $y = f(x)$ on the blank grid below.



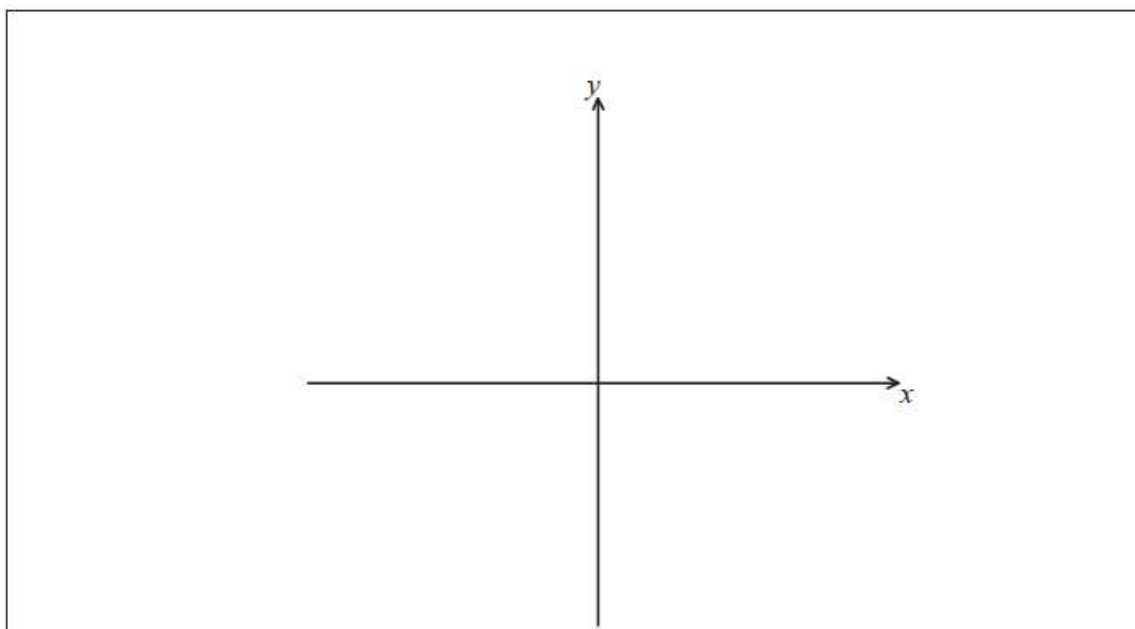
Mayo 12
P1 TZ2
#7



A continuación se muestra la gráfica de $y = f(x)$, donde A es un máximo local y D es un mínimo local.



- (a) Sobre los siguientes ejes de coordenadas, dibuje aproximadamente la gráfica de $y = \frac{1}{f(x)}$, mostrando claramente las coordenadas de las imágenes de los puntos A, B y D, rotulándolos A' , B' y D' respectivamente, y las ecuaciones de todas las asíntotas verticales.



Mayo 12
P1 TZ2
#10



La función f , definida en el dominio $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$, viene dada por $f(x) = e^{-x} \cos x$.

- (a) Indique los dos ceros de f .
- (b) Dibuje aproximadamente la gráfica de f .

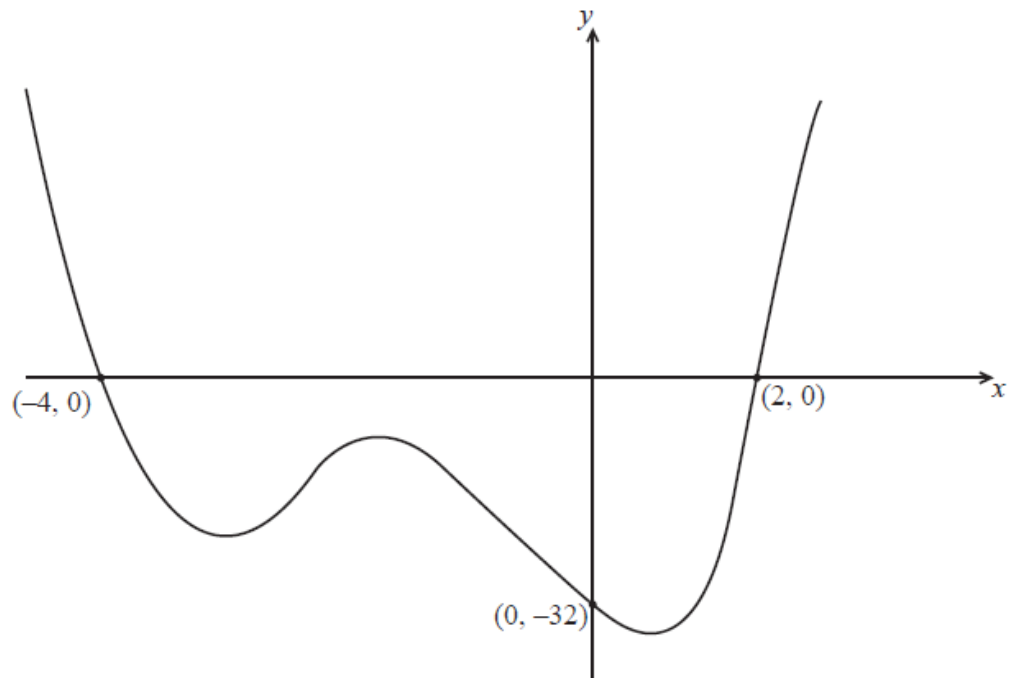
Mayo 12

P1 TZ2

#11



La gráfica de una función polinómica f de grado 4 se muestra a continuación.



- Explique por qué, de las cuatro raíces de la ecuación $f(x) = 0$, dos son reales y dos son complejas.
- La curva pasa por el punto $(-1, -18)$. Halle $f(x)$ de la forma $f(x) = (x-a)(x-b)(x^2+cx+d)$, donde $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$.
- Halle las dos raíces complejas de la ecuación $f(x) = 0$, expresándolas en forma cartesiana.
- Dibuje con precisión las cuatro raíces sobre el plano complejo (el plano de Argand).
- Expresa cada una de las cuatro raíces de la ecuación de la forma $re^{i\theta}$.

Mayo 12

P2 TZ1

#6



Let $f(x) = \ln x$. The graph of f is transformed into the graph of the function g by a translation of $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$, followed by a reflection in the x -axis. Find an expression for $g(x)$, giving your answer as a single logarithm.

Mayo 12

P1 TZ2

#11



Considere las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3}{75}, x \geq 0$$

$$g(x) = \frac{|3x - 4|}{10}, x \in \mathbb{R}.$$

- (a) Indique el recorrido de f y el de g .
- (b) Halle una expresión para la función compuesta $f \circ g(x)$, de la forma $\frac{ax^2 + bx + c}{3750}$, donde a, b y $c \in \mathbb{Z}$.
- (c) (i) Halle una expresión para la función inversa $f^{-1}(x)$.
- (ii) Indique el dominio y el recorrido de f^{-1} .

Ahora el dominio de f y el de g quedan restringidos a $\{0, 1, 2, 3, 4\}$.

- (d) Considerando los valores de f y de g en este nuevo dominio, determine cuál de las dos funciones, f y g , podría utilizarse para hallar una distribución de probabilidad para una variable aleatoria discreta X . Explique claramente las razones por las cuales ha dado esa respuesta.
- (e) Utilizando esta distribución de probabilidad, calcule la media de X .

Nov 12

P1 #12



Considere una función f , definida de la siguiente forma: $f(x) = \frac{x}{2-x}$ para $0 \leq x \leq 1$.

- (a) Halle una expresión para $(f \circ f)(x)$.

Sea $F_n(x) = \frac{x}{2^n - (2^n - 1)x}$, donde $0 \leq x \leq 1$.

- (b) Utilice la inducción matemática para comprobar que para todo $n \in \mathbb{Z}^+$,

$$\underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{n \text{ veces}}(x) = F_n(x).$$

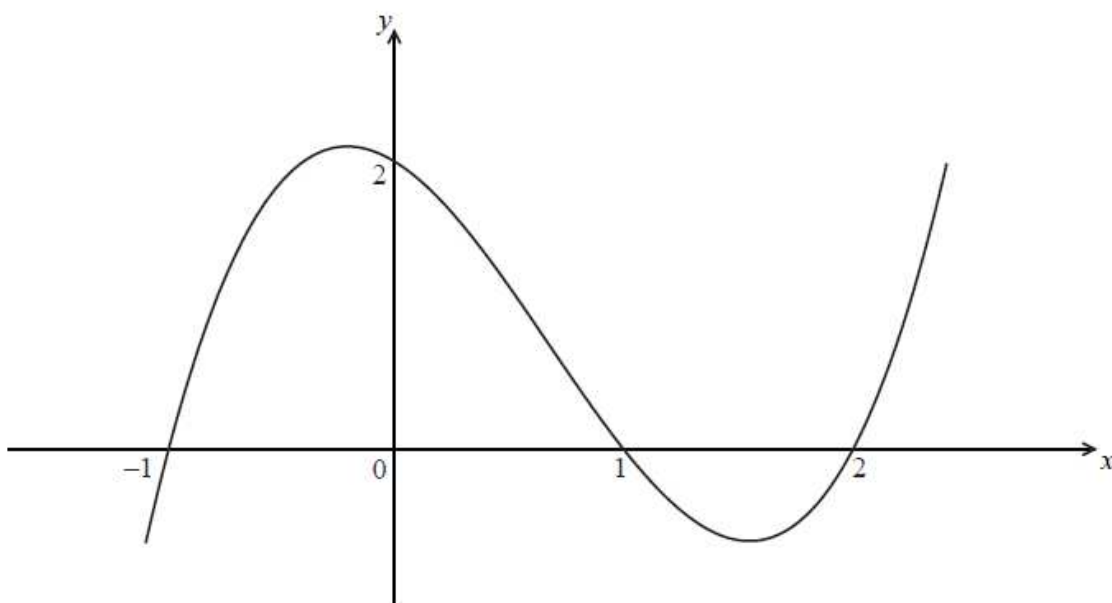
- (c) Compruebe que $F_{-n}(x)$ es una expresión para la inversa de F_n .

Nov 12

P1 #3



Sea $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, donde $a, b, c \in \mathbb{Z}$. La siguiente figura muestra la gráfica de $y = f(x)$.



- Utilizando la información que se muestra en la figura, halle los valores de a , b y c .
- Si $g(x) = 3f(x-2)$,
 - indique las coordenadas de los puntos donde la gráfica de g corta al eje x .
 - Halle la intersección con el eje y de la gráfica de g .

Mayo 13

P1 TZ1

#12



- Express $4x^2 - 4x + 5$ in the form $a(x-h)^2 + k$ where $a, h, k \in \mathbb{Q}$.
- The graph of $y = x^2$ is transformed onto the graph of $y = 4x^2 - 4x + 5$. Describe a sequence of transformations that does this, making the order of transformations clear.

The function f is defined by $f(x) = \frac{1}{4x^2 - 4x + 5}$.

- Sketch the graph of $y = f(x)$.
- Find the range of f .

Nov 13

P2 #3



Considere $f(x) = \ln x - e^{\cos x}$, $0 < x \leq 10$.

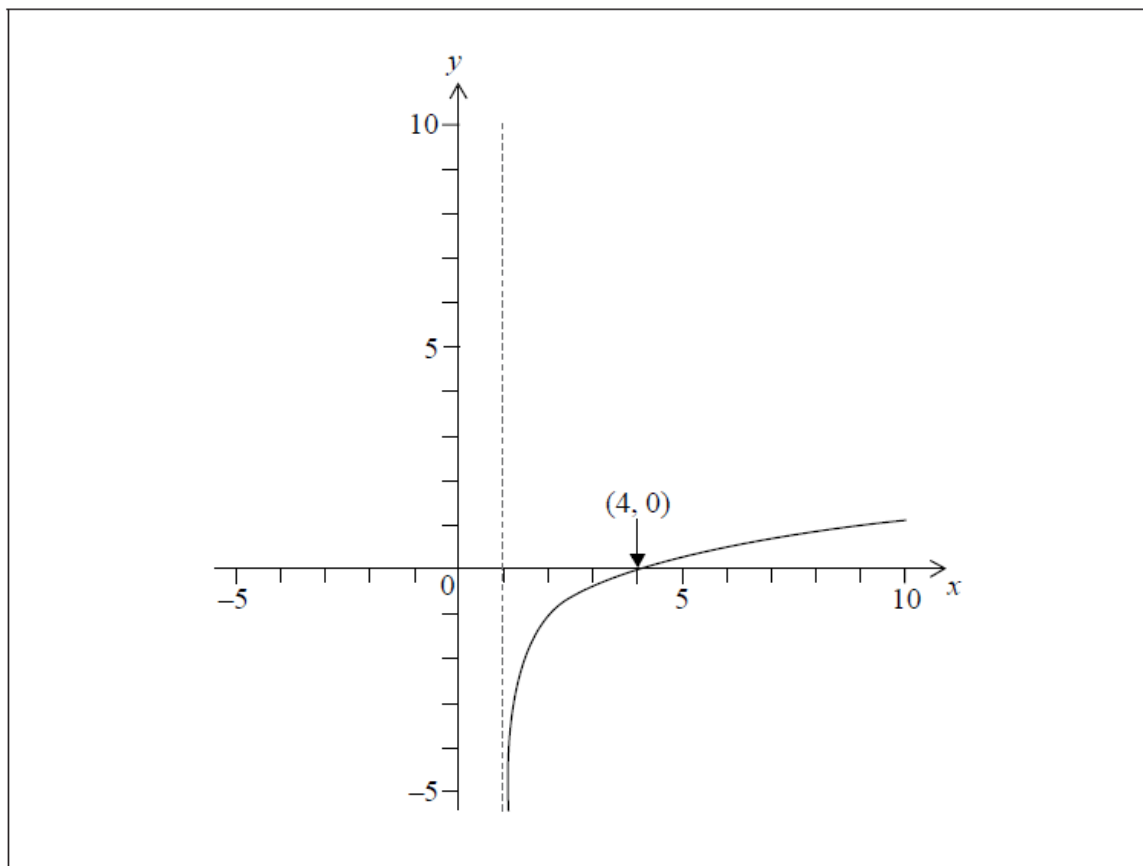
- Dibuje aproximadamente la gráfica de $y = f(x)$, indicando las coordenadas de todos los máximos y mínimos y de los puntos de corte con el eje x .
- Resuelva la inecuación $\ln x \leq e^{\cos x}$, $0 < x \leq 10$.

Nov 13

P1 #3



La siguiente figura muestra un dibujo aproximado de la gráfica de $y = f(x)$.



- Dibuje aproximadamente la gráfica de $y = f^{-1}(x)$ sobre los mismos ejes de coordenadas.
- Indique el recorrido de f^{-1} .
- Sabiendo que $f(x) = \ln(ax + b)$, $x > 1$, halle el valor de a y el valor de b .

Mayo 14

P1 TZ2

#5



- Dibuje aproximadamente el gráfico de $y = \left| \cos\left(\frac{x}{4}\right) \right|$ para $0 \leq x \leq 8\pi$.
- Resuelva $\left| \cos\left(\frac{x}{4}\right) \right| = \frac{1}{2}$ para $0 \leq x \leq 8\pi$.

Mayo 14

P1 TZ2

#14



Considere las siguientes funciones:

$$h(x) = \arctan(x), \quad x \in \mathbb{R}$$

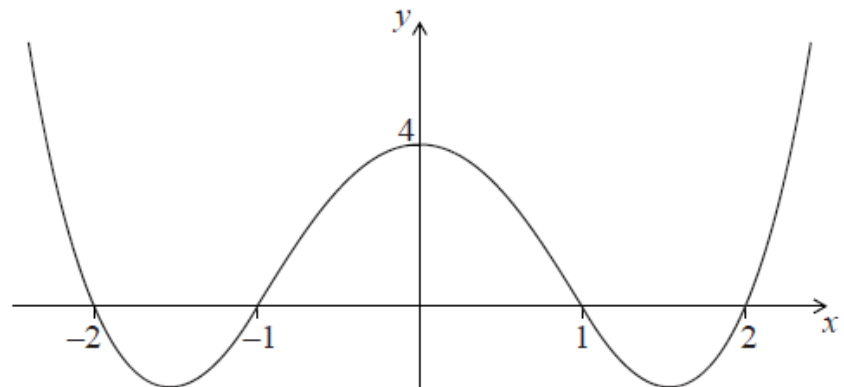
$$g(x) = \frac{1}{x}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad x \neq 0$$

- Dibuje aproximadamente el gráfico de $y = h(x)$.
- Halle una expresión para la función compuesta $h \circ g(x)$ e indique su dominio.

Mayo 14

P2 TZ1

#12

Let $f(x) = |x| - 1$.(a) The graph of $y = g(x)$ is drawn below.

- (i) Find the value of $(f \circ g)(1)$.
- (ii) Find the value of $(f \circ g \circ g)(1)$.
- (iii) Sketch the graph of $y = (f \circ g)(x)$.
- (b) (i) Sketch the graph of $y = f(x)$.
- (ii) State the zeros of f .
- (c) (i) Sketch the graph of $y = (f \circ f)(x)$.
- (ii) State the zeros of $f \circ f$.
- (d) Given that we can denote $\underbrace{f \circ f \circ f \circ \dots \circ f}_{n \text{ times}}$ as f^n ,
 - (i) find the zeros of f^3 ;
 - (ii) find the zeros of f^4 ;
 - (iii) deduce the zeros of f^8 .
- (e) The zeros of f^{2^n} are $a_1, a_2, a_3, \dots, a_N$.
 - (i) State the relation between n and N ;
 - (ii) Find, and simplify, an expression for $\sum_{r=1}^N |a_r|$ in terms of n .

Mayo 14
P2 TZ2
#7



La función f se define de la forma $f(x) = -3 + \frac{1}{x-2}$, $x \neq 2$.

- (a) (i) Dibuje aproximadamente el gráfico de $y = f(x)$, indicando claramente todas las asíntotas y los puntos de corte con los ejes.
- (ii) Escriba las ecuaciones de todas las asíntotas y las coordenadas de todos los puntos de corte con los ejes.
- (b) Halle la función inversa f^{-1} e indique su dominio.

Nov 14
P1 #1



La función f viene dada por $f(x) = \frac{1}{x}$, $x \neq 0$.

El gráfico de la función $y = g(x)$ se obtiene aplicando las siguientes transformaciones al gráfico de $y = f(x)$:

una traslación por el vector $\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}$;

una traslación por el vector $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- (a) Halle una expresión para $g(x)$.
- (b) Indique las ecuaciones de las asíntotas del gráfico de g .

Nov 14
P1 #11



La función f viene dada por $f(x) = e^{3x+1}$, $x \in \mathbb{R}$.

- (a) (i) Halle $f^{-1}(x)$.
- (ii) Indique el dominio de f^{-1} .

La función g viene dada por $g(x) = \ln x$, $x \in \mathbb{R}^+$.

El gráfico de $y = g(x)$ y el gráfico de $y = f^{-1}(x)$ se cortan en el punto P.

- (b) Halle las coordenadas de P.

Mayo 15
P1 TZ1
#5



The functions f and g are defined by $f(x) = ax^2 + bx + c$, $x \in \mathbb{R}$ and $g(x) = p \sin x + qx + r$, $x \in \mathbb{R}$ where a, b, c, p, q, r are real constants.

- (a) Given that f is an even function, show that $b=0$.
- (b) Given that g is an odd function, find the value of r .

The function h is both odd and even, with domain $\mathbb{R}$.

- (c) Find $h(x)$.

Mayo 15
P1 TZ1
#5



A function f is defined by $f(x) = \frac{3x-2}{2x-1}$, $x \in \mathbb{R}$, $x \neq \frac{1}{2}$.

- (a) Find an expression for $f^{-1}(x)$.

Mayo 15
P1 TZ1
#9



A function f is defined by $f(x) = \frac{3x-2}{2x-1}$, $x \in \mathbb{R}$, $x \neq \frac{1}{2}$.

- (a) Find an expression for $f^{-1}(x)$.

The functions f and g are defined by $f(x) = 2x + \frac{\pi}{5}$, $x \in \mathbb{R}$ and $g(x) = 3\sin x + 4$, $x \in \mathbb{R}$.

- (a) Show that $g \circ f(x) = 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{5}\right) + 4$.
- (b) Find the range of $g \circ f$.
- (c) Given that $g \circ f\left(\frac{3\pi}{20}\right) = 7$, find the next value of x , greater than $\frac{3\pi}{20}$, for which $g \circ f(x) = 7$.
- (d) The graph of $y = g \circ f(x)$ can be obtained by applying four transformations to the graph of $y = \sin x$. State what the four transformations represent geometrically and give the order in which they are applied.

Mayo 15
P1 TZ2
#10



La función f se define mediante $f(x) = \frac{3x}{x-2}$, $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 2$.

- (a) Dibuje aproximadamente el gráfico de $y = f(x)$, indicando claramente todas las asíntotas y los puntos de corte con los ejes x e y .
- (b) Halle una expresión para $f^{-1}(x)$.
- (c) Halle todos los valores de x para los cuales $f(x) = f^{-1}(x)$.
- (d) Resuelva la inecuación $|f(x)| < \frac{3}{2}$.
- (e) Resuelva la inecuación $f(|x|) < \frac{3}{2}$.

Mayo 15
P1 TZ2
#11



Considere las funciones $f(x) = \tan x$, $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ y $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$, $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 1$.

- (a) Halle una expresión para $g \circ f(x)$; indique cuál es su dominio.
- (b) A partir de lo anterior, muestre que $g \circ f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$.

Mayo 15

P2 TZ1

#10



A function f is defined by $f(x) = (x+1)(x-1)(x-5)$, $x \in \mathbb{R}$.

- (a) Find the values of x for which $f(x) < |f(x)|$.

A function g is defined by $g(x) = x^2 + x - 6$, $x \in \mathbb{R}$.

- (b) Find the values of x for which $g(x) < \frac{1}{g(x)}$.

Mayo 15

P2 TZ2

#3



- (a) Dibuje aproximadamente el gráfico de $y = (x-5)^2 - 2|x-5| - 9$, para $0 \leq x \leq 10$.

- (b) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo, resuelva la ecuación $(x-5)^2 - 2|x-5| - 9 = 0$.

Mayo 15

P2 TZ2

#6



El gráfico de $y = \ln(5x+10)$ se obtiene a partir del gráfico de $y = \ln x$ realizando una traslación de a unidades en la dirección del eje x seguida de una traslación de b unidades en la dirección del eje y .

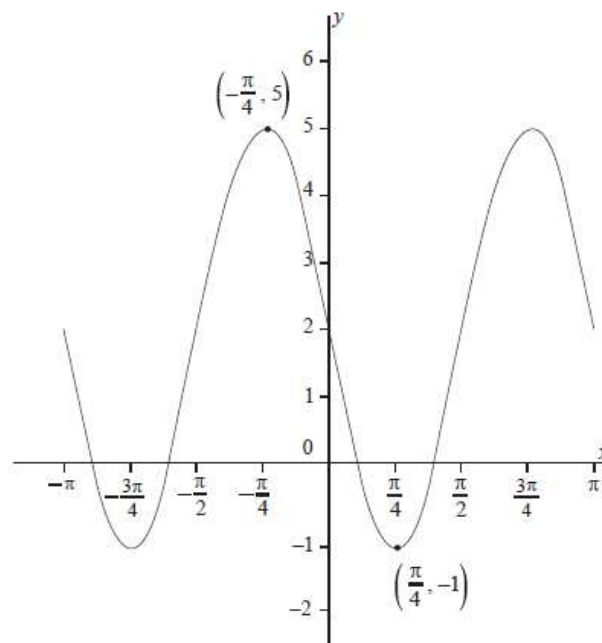
- (a) Halle el valor de a y el valor de b .

Nov 15

P1 #4



A function is defined by $f(x) = A \sin(Bx) + C$, $-\pi \leq x \leq \pi$, where $A, B, C \in \mathbb{Z}$. The following diagram represents the graph of $y = f(x)$.



- (a) Find the value of

(i) A ;

(ii) B ;

(iii) C .

- (b) Solve $f(x) = 3$ for $0 \leq x \leq \pi$.

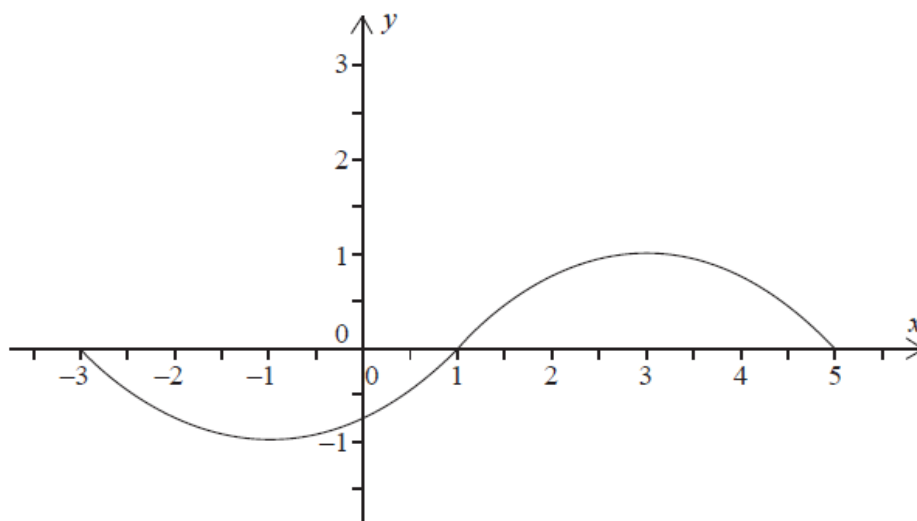
Nov 15

P2 #13



The following graph represents a function $y = f(x)$, where $-3 \leq x \leq 5$.

The function has a maximum at $(3, 1)$ and a minimum at $(-1, -1)$.



- (a) The functions u and v are defined as $u(x) = x - 3$, $v(x) = 2x$ where $x \in \mathbb{R}$.
- State the range of the function $u \circ f$.
 - State the range of the function $u \circ v \circ f$.
 - Find the largest possible domain of the function $f \circ v \circ u$.
- (b) (i) Explain why f does not have an inverse.
- The domain of f is restricted to define a function g so that it has an inverse g^{-1} . State the largest possible domain of g .
 - Sketch a graph of $y = g^{-1}(x)$, showing clearly the y -intercept and stating the coordinates of the endpoints.

Consider the function defined by $h(x) = \frac{2x-5}{x+d}$, $x \neq -d$ and $d \in \mathbb{R}$.

- (c) (i) Find an expression for the inverse function $h^{-1}(x)$.
- Find the value of d such that h is a self-inverse function.

For this value of d , there is a function k such that $h \circ k(x) = \frac{2x}{x+1}$, $x \neq -1$.

- Find $k(x)$.