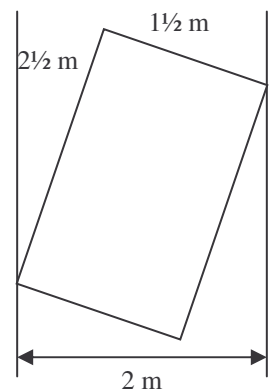


RELACIONES ENTRE RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

1. Calcula el valor **exacto** y racionalizado de:
 a) $\sin 75^\circ$ b) $\cos 75^\circ$ c) $\sin 15^\circ$ d) $\cos 15^\circ$ e) $\operatorname{tg} 120^\circ$ f) $\operatorname{tg} 135^\circ$ g) $\cos 285^\circ$ h) $\operatorname{tg} 285^\circ$ |
2. Encuentra una fórmula para calcular:
 a) $\cos(3x)$ b) $\sin(3x)$ c) $\operatorname{tg}(3x)$ d) $\sin(4x)$
3. Transforma en sumas las siguientes expresiones: a) $\sin(3x) \cdot \cos x$ b) $\sin(3x) \cdot \sin x$
4. Desarrolla y simplifica las expresiones: a) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ b) $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$
5. Visualiza sobre una circunferencia goniométrica las igualdades encontradas en el ejercicio 4
6. Investiga, utilizando una hoja de cálculo, para qué ángulo positivo menor de 360° la suma de su seno con su coseno toma el mayor valor posible. ¿Y el menor valor? Razona los resultados obtenidos.
7. a) Halla los valores exactos del seno, coseno y tangente del ángulo 2α sabiendo que $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ y que $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$.
 b) Repítelo usando la calculadora escribiendo los resultados con un error menor que una centésima.
8. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas dando todas las soluciones $x \in [0, 2\pi)$
 a) $\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = \sin x$ b) $\cos(2x) + \sin x = 4\sin^2 x$ c) $\sin 3x + \cos 3x = \sqrt{2}$
 d) $\sin(2x) \cdot \cos x = 3\sin^2 x$ e) $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{1}{2}$ f) $\operatorname{tg} x \cdot \sec x = \sqrt{2}$
 g) $3 \cos x = 2 \sec x - 5$ h) $2 \sin x = \operatorname{tg} x$ i) $\operatorname{tg}(2x) = -\operatorname{tg} x$
9. Sabiendo que $a \cdot \sin(4x) + b \cdot \sin(2x) = 0$, para $0 < x < \frac{\pi}{2}$, halle una expresión para $\cos^2 x$ en función de a y b .
10. Si $\cos 80^\circ = 0'17$. Calcula: $\cos 40^\circ$, $\sin 40^\circ$, $\cos 20^\circ$, $\sin 20^\circ$ dando las respuestas con dos cifras decimales.
11. Dada $\operatorname{tg} x = 2$ determina exactamente $\cos(2x)$ y $\sin(2x)$
12. Evalúa el valor **exacto** y racionalizado de la siguiente expresión: $\frac{\sin 75^\circ + \sin 45^\circ}{\sin 75^\circ - \sin 45^\circ}$
13. Una mesa rectangular de $1\frac{1}{2}$ m x $2\frac{1}{2}$ m se ha cruzado en un pasillo de 2m de ancho hasta tocar ambas paredes. Calcula los ángulos determinados entre la mesa y las paredes en grados, minutos y segundos.
14. Sabiendo que $\begin{cases} \sin a = \frac{3}{5} & (90^\circ < a < 180^\circ) \\ \cos b = \frac{5}{13} & (270^\circ < b < 360^\circ) \end{cases}$ halla $\sin(a+b)$, $\cos(a-b)$ y $\sin(3a)$ dando los resultados en forma de fracción irreducible.



15. Sean A , B y C los ángulos de un triángulo. Demuestra que si se cumple que $\sin(A+B) = \sin(A-B)$ se trata de un triángulo rectángulo.
16. Demuestra las siguientes identidades:
 a) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$ b) $(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 = \sin(2\alpha) + 1$ c) $(\operatorname{cosec} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha)(\operatorname{cosec} \alpha - \operatorname{cotg} \alpha) = 1$
17. ¿Cuál es el máximo valor $7 \cdot \sin x + 5 \cdot \cos x$? ¿Y el mínimo? ¿Para qué valores de x sucede?

18. Simplifica las siguientes expresiones: a) $\frac{\sec^2 a - \cos^2 a}{\operatorname{tg}^2 a}$ b) $\frac{\cos \operatorname{eca}}{1 + \operatorname{ctg}^2 a}$