

EJERCICIOS DE PROBABILIDAD para trabajar en clase

1. Sea la experiencia aleatoria consistente en extraer al azar una carta de una baraja española. Sean los siguientes sucesos: $A =$ “la carta extraída es de copas” $B =$ “la carta extraída es un cinco”. Enuncia en correcto castellano los siguientes sucesos añadiendo entre paréntesis cuántas cartas de la baraja lo verifican: $A \cup B$, $A \cap B$, $\bar{A} \cup \bar{B}$ y $\bar{A} \cap B$

2. Queremos estudiar la experiencia aleatoria consistente en lanzar dos dados normales y apuntar la resta entre el mayor y el menor de los dos números obtenidos.
- Describe el espacio muestral.
 - Calcula la probabilidad de todos los sucesos elementales

3. Calcule $P[0 < X < 4]$ de la variable aleatoria discreta X con la siguiente distribución de probabilidad:

x	0	1	2	3	4
$P[X = x]$	1/8	$3k$	$k/6$	1/4	$k/6$

4. Sean A y B son dos sucesos con $P(A) = 0,4$ $P(B) = 0,3$ y $P(A \cup B) = 0,6$. Halla: $P(A \cap B)$, $P(A/B)$, $P(A \cup \bar{B})$, $P(\bar{A} \cap B)$, $P(\bar{A} / B)$ y $P(B / \bar{A})$ ¿Son A y B dos sucesos independientes?

5. Sean A y B dos sucesos independientes en probabilidad de un espacio probabilístico, tales que $P(A) = 0,8$ y $P(B) = 0,5$ Calcula la probabilidad de que:
- alguno de los sucesos no se produzca
 - ocurra A y no ocurra B
 - sólo uno de los sucesos se produzca

6. Un estudiante hace dos pruebas en un mismo día. La probabilidad de que pase la primera prueba es 0,6, la probabilidad de que pase la segunda prueba es 0,8 y la de que pase ambas es 0,5. Se pide:
- ¿son las pruebas sucesos independientes?
 - probabilidad de que pase al menos una prueba
 - probabilidad de no pasar la primera prueba y superar la segunda

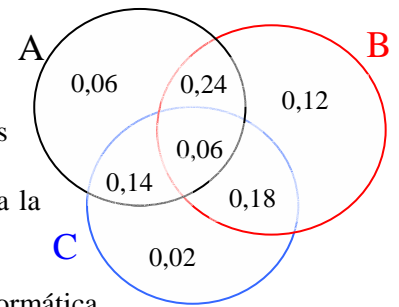
7. En un estudio sobre 200 personas, 90 de las cuales son mujeres, se halló que 60 personas están desocupadas, incluyendo 20 hombres.
- Construye una tabla de contingencia de doble entrada que muestre el número de personas por sexo y ocupación.

Eligiendo al azar una persona halle la probabilidad de que sea:

- una mujer desocupada
 - un hombre o una persona esté ocupada
8. En un departamento universitario, todos los alumnos estudian al menos una de estas asignaturas: matemáticas, física, química. El porcentaje de estudiantes que estudian diversas combinaciones de estas asignaturas es el siguiente:
- matemáticas, física, química..... 10%
 - al menos matemáticas y física 25%
 - al menos matemáticas y química 15%
 - al menos física y química 30%
 - al menos matemáticas 55%
 - al menos física 55%
 - al menos química 50%
- Dibuja un diagrama de Venn para hallar el porcentaje de que estudien sólo matemáticas.

9. De 50 coches que hay en un taller, 10 son negros y 6 son diesel. Dos de ellos son a la vez negros y diesel, Si se elige al azar un coche del taller, calcula la probabilidad de que:
- no sea ni de color negro ni diesel
 - no sea diesel suponiendo que es negro

10. Un armario tiene dos cajones. El cajón nº 1 contiene 4 monedas de oro y 2 de plata. El cajón nº 2 contiene 3 monedas de oro y 3 de plata. Se abre un cajón al azar y se extrae una moneda. Calcula la probabilidad de que:
- se haya abierto el cajón nº 2 y se haya extraído una moneda de oro
 - se haya abierto el cajón nº 2 si se ha extraído una moneda de oro
 - se haya abierto el cajón nº 2 o se haya extraído una moneda de oro



11. Sean A, B y C tres sucesos compatibles cuyas probabilidades y las de sus intersecciones son las que muestra el dibujo. Demuestra que los sucesos son independientes dos a dos pero no los tres a la vez.
12. Se ha realizado una pequeña encuesta a un grupo de estudiantes de informática. Entre sus conclusiones está que un 40% ha recibido ya algún cursillo de informática. Además son un 8% los que han recibido algún cursillo y tienen ordenador en casa. Por otra parte de los que tienen un ordenador en casa hay un 20% que han recibido algún cursillo de informática. Calcula la probabilidad de que un estudiante elegido al azar:
- tenga ordenador en casa
 - haya recibido algún cursillo de informática y tenga ordenador en casa
 - haya recibido algún cursillo de informática o tenga ordenador en casa
13. Dos urnas A y B, que contienen bolas de colores, tienen la siguiente composición: Urna A: 3 blancas y 3 rojas Urna B: 5 blancas y 3 rojas. Tiramos el dado normal, si el resultado es un número impar, se extrae una bola de la urna A en otro caso se extrae una bola de la urna B. Calcula la probabilidad de que la bola sea blanca
14. En una estantería hay 60 novelas y 20 libros de poesía. Una persona A elige un libro al azar y se lo lleva. A continuación otra persona B elige otro libro al azar. a) ¿Cuál es la probabilidad de que el libro seleccionado por B sea una novela?
15. De una baraja española se toman 10 cartas de oros. ¿Cuál es la probabilidad de que al extender estas 10 cartas en una fila resulten el rey y caballo juntos?
16. La probabilidad de que llueva durante un día de verano en cierta ciudad es de 0,2. En esta ciudad, la probabilidad de que la temperatura máxima diaria supere los 25°C es de 0,3 cuando llueva y de 0,6 cuando no llueva, Dado que la temperatura máxima diaria superó los 25°C en nueve días de verano, estima en cuántos de esos nueve días ha llovido.
17. Lanzamos un dado normal cinco veces. Calcula la probabilidad de obtener:
- exactamente dos seises
 - como mínimo un seis
 - cinco números distintos
 - dos seises y tres cincos en cualquier orden
 - dos seises dos cincos y un cuatro en cualquier orden
18. Se tiene una urna con 6 bolas blancas, 5 bolas negras y 4 bolas rojas, realizamos tres extracciones. ¿Cuál es la probabilidad de obtener bolas de colores distintos? Hacer el problema a) con reemplazamiento y b) sin reemplazamiento.
19. Lanzamos dos dados normales. Sea la variable aleatoria X suma de los valores de los dos dados.
- Calcula $P(X = 3)$
 - Calcula $P(X \text{ es divisible entre } 3)$
- Lanzamos dos veces los dos dados normales y sean X_1 y X_2 los valores de X obtenidos.
- Demuestra que $P(X_1 = X_2) = \frac{146}{36^2}$
 - partiendo de aquí, halla $P(X_1 > X_2)$
 - Calcula $P(X_1 = 3 \mid X_1 > X_2)$

20. Extraemos dos cartas de una baraja de póker de 52 cartas. Calcula la probabilidad de:
- obtener dos ases
 - que una de las cartas sea el as de tréboles
 - que ninguna de las dos cartas sea un as ni un trébol
 - que al menos una de las dos cartas sea un as o un trébol
 - que una de las cartas sea el as de tréboles supuesto que al menos una de las cartas sea un trébol
21. Dos jugadores tiran una moneda alternativamente, gana el primero que consigue una cara. Cuantifica la ventaja de empezar el juego.
22. Un ordenador escribe tres cifras elegidas al azar de 0 a 9 ambas incluidas.
- Calcula la probabilidad de no tener tres cifras iguales
 - Calcula la probabilidad de que la tercera cifra sea distinta de las dos primeras
23. a) Lanzamos cuatro veces una moneda equilibrada. ¿Qué probabilidad hay de que en la última tirada salga cara por segunda vez?
b) Lanzamos cuarenta veces una moneda equilibrada. ¿Qué probabilidad hay de que en la última tirada salga cara por quinta vez?
24. Tenemos en una bolsa 2 bolas rojas, 3 blancas y 5 azules. Extraemos al azar 5 bolas devolviendo cada una a la bolsa antes de sacar la siguiente. Calcula la probabilidad de:
- todas las bolas sean azules
 - al menos una bola sea azul
25. En un área geográfica concreta, el 60% de los votos han sido cierto partido político. Si se consideran 6 votantes de dicho área, se pide la probabilidad de que:
- ninguno haya votado a dicho partido
 - hayan votado tantos a favor como en contra de dicho partido
 - al menos dos de ellos hayan votado a dicho partido
26. ¿Cuántas veces hay que lanzar un par de dados para que la probabilidad de obtener al menos un doble, es decir, el mismo número en ambos dados, sea mayor que el de no obtenerlo?
27. Se sabe que el 15% de una remesa grande de pilas son defectuosas. De dicha remesa escogemos aleatoriamente 10 pilas. ¿Cuál es la probabilidad de que entre las elegidas haya como mínimo dos pilas defectuosas?
28. Un examen tipo *test* consta de 20 preguntas, cada una con cinco respuestas posibles, cuatro incorrectas y una correcta. Si que una persona contesta al azar:
- calcula la probabilidad de acertar en todas las preguntas
 - calcula la probabilidad de fallar en todas las preguntas
 - Usa una hoja de cálculo para calcular la probabilidad de acertar en 10 o más preguntas
29. Los huevos de una granja se colocan en cajas de doce. Los controles de determinado establecimiento indican que el 77% de las cajas no contienen huevos rotos, el 19,4% contiene un huevo roto, el 2,6% contiene dos huevos rotos y el 1% contiene tres huevos rotos. La probabilidad de que haya más de tres huevos rotos es cero.
Se elige al azar un huevo de una caja y se encuentra que está roto. ¿Cuál es la probabilidad de que sea el único huevo roto de la caja?
30. En cierta universidad donde el 65% de los estudiantes son mujeres, se ha encontrado que el 7% de los varones y el 2% de las mujeres miden más de 1,80 m. Seleccionado un estudiante al azar:
- Halla la probabilidad de que mida más de 1,80 m.
 - Si estudiante seleccionado mide más de 1,80 m. Calcula la probabilidad de que sea varón

31. Lanzamos 36 veces dos dados sin tara, calcula la probabilidad de que hayan sumado 11 puntos en dos o menos de las 36 tiradas.
32. Tres máquinas A, B y C fabrican tornillos del mismo tipo. Los porcentajes de tornillos defectuosos que fabrica cada máquina son, respectivamente: 1%, 2% y 3%. Se mezclan 120 tornillos: 20 de la máquina A, 40 de la B y 60 de la C. Elegido uno al azar, resulta ser defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina B?
33. Una urna se ha llenado lanzando una moneda cinco veces y poniendo en la urna una bola blanca por cada cara y una bola negra por cada cruz. Se extrae una bola al azar y resulta ser blanca, ¿Cuál es la probabilidad de que el resto de las bolas sean también blancas?
34. Dos urnas A y B, que contienen bolas de colores, tienen la siguiente composición:
 Urna A: 3 blancas y 3 rojas Urna B: 5 blancas y 3 rojas.
 Sin mirar su color, trasladamos una bola de la urna A a la urna B y a continuación extraemos una bola de la urna B que resulta ser roja. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola trasladada haya sido también roja?
35. Una bolsa contiene tres monedas iguales en apariencia, en realidad dos de ellas son normales pero la otra está trucada de manera que su probabilidad de obtener cara es doble que la de obtener cruz. Elegimos una moneda al azar.
- ¿Cuál es la probabilidad de que salga cruz al lanzarla al aire?
 - Si la lanzamos dos veces, resultando ambas cara, ¿Cuál es la probabilidad de que la moneda elegida sea la trucada?
36. El 5% de la población padece la enfermedad de apendicitis (2% en estado agudo A y 3% en estado crónico C) y el 95% no la padece. Uno de los síntomas es el dolor de estómago. Las probabilidades de tener dolor de estómago padeciendo el estado A el estado C o no teniendo la enfermedad son del 90% 70% y 10 % respectivamente. Hallar la probabilidad de que una persona con dolor de estómago sufra realmente el estado A de apendicitis.
37. **BI04(1)** Jack y Jill juegan a un juego que consiste en tirar un dado por turnos. Si sale un 1, 2, 3 ó 4, el jugador que tiró el dado gana el juego. Si sale un 5 ó un 6 le toca el turno al otro jugador. Jack empieza a jugar y el juego continúa hasta que alguien gane.
- Calcule la probabilidad de que Jack gane en su primera tirada.
 - Calcule la probabilidad de que Jill gane en su primera tirada.
 - Calcule la probabilidad de que Jack gane el juego.
38. **BI05(1)** Se tiran dos dados equilibrados de seis caras, uno rojo y otro negro. Sean E y F los sucesos
E: Aparece el mismo número en los dos dados
F: La suma de los números es 10
 Halle $P(E)$, $P(F)$ y $P(E \cup F)$

EJERCICIOS DE PROBABILIDAD para entregar resueltos

1. Tenemos en un bombo nueve bolas numeradas del 1 al 9. Sea la experiencia aleatoria consistente en extraer al azar una de estas bolas. Sean los siguientes sucesos: $A =$ “la bola extraída es un número múltiplo de 3” $B =$ “la bola extraída es un número par”. Enuncia en correcto castellano los siguientes sucesos: $A \cup B$, $A \cap B$, $\bar{A} \cup \bar{B}$ y $\bar{A} \cap \bar{B}$ y escribe los elementos que los forman.
2. Queremos estudiar la experiencia aleatoria consistente en lanzar dos dados normales y apuntar el mayor de los dos números obtenidos.
 - a) Describe el espacio muestral.
 - b) Calcula la probabilidad de todos los sucesos elementales
3. Un dado sin tara tiene tres caras marcadas con un 3, dos caras con un 2 y una cara con un 1. Lanzamos el dado dos veces y definimos la variable aleatoria X como la suma de los resultados obtenidos. Halla la función de probabilidad de dicha variable aleatoria.
4. En una escuela bilingüe hay una clase con 21 alumnos, 15 de ellos hablan español como primera lengua y 12 de estos 15 alumnos son argentinos. Los otros 6 alumnos de la clase hablan inglés como primera lengua y 3 de esos 6 alumnos son argentinos. Se elige al azar un alumno de la clase y se halla que es argentino. Halle la probabilidad de que hable español como primera lengua.
5. Sean A y B son dos sucesos con $P(A) = 0,4$ $P(B) = 0,3$ y $P(A \cap B) = 0,1$. Halla: $P(A \cup B)$, $P(A/B)$, $P(A \cup \bar{B})$, $P(\bar{A} \cap B)$, $P(\bar{A} / B)$ y $P(B / \bar{A})$
6. Suponiendo que A y B son dos sucesos independientes, con $P(A) = 0,4$ y $P(A \cup B) = 0,88$ halla: $P(B)$ y la probabilidad de que ocurra A o que ocurra B pero no ambos.
7. Sean A y B son dos sucesos con $P(A) = \frac{2}{3}$ $P(B / A) = \frac{2}{5}$ $P(B / \bar{A}) = \frac{1}{4}$. ¿Son A y B dos sucesos independientes? Halla $P(\bar{B})$ y $P(A \cup \bar{B})$
8. En una empresa de transportes, la probabilidad de que se accidente un camión es del 1%. Si éste se produce, la probabilidad de perder la carga es 0,95. Por otra parte la probabilidad de perder la carga sin que haya accidente es de 0,04. Calcular las probabilidades de los siguientes sucesos:
 - a) Probabilidad de no tener accidente y no perder la carga.
 - b) Que habiéndose perdido la carga, no haya habido accidente.
 - c) Que no habiéndose perdido la carga, haya habido accidente.
 - d) Probabilidad de perder la carga.
9. En una competición de tiro con arco cada tirador dispone, como máximo, de tres intentos para hacer diana. En el momento en que lo consiga, deja de tirar y supera la prueba y si no lo consigue en ninguno de los tres intentos queda eliminado. Sabemos que las estadísticas, para un determinado tirador, valoran en un 80% el porcentaje de hacer blanco con cada flecha. Calcular la probabilidad de no que no quede eliminado.
10. Tres proveedores A , B y C producen respectivamente el 45%, el 30% y el 25% del total de cierta pieza requerida por una fábrica de automóviles. Los porcentajes de piezas defectuosas en la producción de cada uno de los proveedores son respectivamente el 4% el 5% y el 6%. ¿Cuál es la probabilidad de que cierta pieza escogida al azar sea defectuosa?
11. Dos urnas A y B , que contienen bolas de colores, tiene la siguiente composición:
Urna A : 5 blancas, 3 negras y 2 rojas. Urna B : 4 blancas y 6 negras.
También tenemos un dado que tiene 4 caras marcadas con la letra A y las otras dos con la letra B . Tiramos el dado y sacamos una bola al azar de la urna que indica el dado
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que esa bola sea blanca?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que esa bola no sea roja?
12. En una estantería hay 4 libros de Matemáticas, 6 de Física y 2 de Química. Si se cogen 2 libros al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que ambos sean de distinta asignatura?
13. Se lanzan dos dados. El ganador es el menor de los dos números que aparecen, si el mismo número aparece en los dados, entonces el ganador es este número. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un 3 como ganador?

14. Un inspector debe comprobar el buen estado de las bombillas hechas en una fábrica. De cada caja que contiene 20 bombillas extrae al azar 4 bombillas. Si las cuatro están en buen estado se acepta toda la caja, si fallase al menos una se probarían todas las bombillas restantes de la caja. ¿Cuál es la probabilidad de que se acepte una caja que sabemos contiene 7 bombillas en mal estado?
15. La probabilidad de que un tren de cercanías llegue a tiempo un día cualquiera es $\frac{3}{4}$. ¿Cuál es la probabilidad de que en una semana llegue con retraso exactamente dos días?
16. La probabilidad de que una persona dé en el blanco es de $\frac{1}{4}$. ¿Cuántas veces tendrá que disparar para que la probabilidad de dar en el blanco cuando menos una vez sea mayor de $\frac{2}{3}$?
17. Un comité consiste de tres políticos y dos científicos. La probabilidad de asistencia a una reunión de un político es de $\frac{2}{3}$ y la de un científico es de $\frac{3}{4}$, y consideramos la asistencia de cada miembro independiente de la de los demás. Halla la probabilidad de que:
- asistan exactamente 2 políticos y un científico
 - coincidan el número de políticos y de científico asistentes (incluyendo que no asista nadie)
18. En una bolsa hay una moneda con dos caras y otra moneda normal. Se elige una de ellas al azar y se lanza. Si sale cara, se lanza la otra moneda pero si sale cruz se vuelve a lanzar la misma moneda.
- ¿Cuál es la probabilidad de que salga cara la segunda vez?
 - Si sale cara la segunda vez, ¿Cuál es la probabilidad de que hubiera salido cara la primera vez?
19. En un colegio se va a hacer una excursión a una estación de esquí con dos autobuses, uno grande y otro pequeño. Las dos terceras partes de los alumnos apuntados a la excursión irán en el autobús grande y el resto, en el pequeño. Se sabe que todos los alumnos que viajarán en el autobús pequeño saben esquiar y el 40% de los que lo harán en el otro autobús no saben esquiar. Se pide:
- Calcula la probabilidad de que un alumno de la excursión elegido al azar sepa esquiar.
 - ¿Qué probabilidad tiene el chico del colegio que acaba de descender la ladera esquiando, de haber viajado en el autobús pequeño?
20. Los alumnos de un instituto están repartidos de la siguiente manera: 20% en 1ºESO 20% en 2ºESO 18% en 3ºESO 16% en 4ºESO, 15% en 1ºBachillerato y el resto en 2ºBachillerato. El porcentaje de aprobados de cada nivel está en el 70%, 60%, 50%, 40%, 50% y 40% respectivamente. Elegido al azar un alumno, se pide:
- ¿Cuál es la probabilidad de que vaya a aprobar?
 - Si ha aprobado, ¿Cuál es la probabilidad de que sea de 1º Bachillerato?
21. **BI05(2)** La siguiente tabla muestra las asignaturas que estudian 210 alumnos en una universidad

	1º curso	2º curso	Totales
Historia	50	35	85
Ciencias	15	30	45
Arte	45	35	80
Totales	110	100	210

- Se selecciona al azar un alumno de la universidad. Sea A el suceso el alumno estudia Arte. Sea B el suceso el alumno está en 2º curso
- Halle $P(A)$
 - Halle la probabilidad de que el alumno sea un alumno de arte de 2º curso
 - ¿Los sucesos A y B son independientes? Justifique su respuesta
 - Suponiendo que se selecciona al azar un alumno de historia, calcule la probabilidad de que el alumno esté en el primer curso.
 - Se seleccionan al azar dos alumnos de la universidad. Calcule la probabilidad de que uno de ellos esté en el primer curso y el otro en 2º curso