ACTIVIDADES DE INFERENCIA ESTADÍSTICA

1. Una fábrica de muebles se encargaba también del transporte y montaje de los pedidos a sus clientes pero en los últimos meses, ha contratado una empresa especializada en estas dos tareas. Quieren comprobar si este cambio ha aumentado las reclamaciones por lo que realizan una encuesta a tal efecto. En un muestreo han contabilizado que de 250 servicios realizados por la empresa contratada, 30 han tenido reclamación.
a) Calcula un intervalo de confianza del 95% para la proporción de servicios reclamados con la empresa contratada.
b) Con el mismo nivel de confianza, ¿cuál sería el tamaño muestral mínimo para que pueda estimarse la verdadera proporción de reclamaciones con un error máximo de estimación de un 2%?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1:
F(0´05)=0´52, F(0´95)=0´83, F(1´64)=0´95, F(1´73)=0´96, F(1´96)=0´975.)

2. El consumo de carne de pollo parece haberse disparado desde que hace unos meses cundió la alarma sobre otros tipos de carne. En cierta carnicería, en los 35 días posteriores a la citada alarma, se obtuvo una media de 21 kilos de carne de pollo vendidos al día.
Suponiendo que las ventas siguen siendo una Normal con una desviación típica de 3 kilos
b) Calcula un intervalo de confianza del 90% para la venta diaria media de carne de pollo después de la alarma.
b) Con la misma muestra, ¿Cuál sería el nuevo error de estimación al aumentar el nivel de confianza al 95%?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1:
F(0´05)=0´52, F(0´95)=0´83, F(1´64)=0´95, F(1´96)=0´975, F(3´9)=1)

3. A principios de año, el Ayuntamiento de una ciudad ha realizado un estudio estadístico sobre el hábito de ciertos conductores de utilizar el móvil con el vehículo en marcha. Encuestados 120 conductores, 12 de ellos confesaban conducir en ocasiones haciendo uso del móvil.
a) Calcula un intervalo de confianza del 96% para la proporción de conductores que usan indebidamente el móvil.
b) A los responsables de Ayuntamiento les ha parecido adecuado el error de estimación obtenido, pero querrían aumentar su nivel de confianza al 99% realizando una nueva encuesta, ¿cuál debería de ser el tamaño de la muestra para conseguirlo?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1:
F(0´04)=0´52, F(0´96)= 0´83, F(2´58)=0´995, F(1´75)=0´96, F(2´05)=0´98.)

4. Cierta comunidad autónoma estima que el tiempo diario que los adolescentes de 12 a 16 años pasan utilizando su teléfono móvil sigue una distribución Normal con una desviación típica de 35 minutos. Realizado un estudio estadístico a 1 000 niños resultó una media de 105 minutos diarios.
a) Calcula un intervalo de confianza del 96% para el tiempo diario que usan el móvil los adolescentes en esa franja de edad.
b) Los responsables políticos le preguntan a los profesionales estadísticos responsables del estudio en qué proporción hubiese aumentado el máximo error de estimación de haberlo encargado con un nivel de confianza al 99%. ¿Cuál ha sido su respuesta?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1:
F(2´42)=0´99, F(2´05)=0´98, F(1´75)=0´96, F(0´96)= 0´83, F(2´58)=0´995.)

5. En los últimos meses una cadena comercial ha intentado potenciar con precios más atractivos y publicidad la venta de productos con la marca genérica de la cadena, frente a los de otras marcas más conocidas por los consumidores. En una muestra de 200 productos vendidos, 36 eran de la marca de la cadena.
a) Calcula un intervalo de confianza del 90% para la proporción de productos vendidos con la marca genérica.
b) Con el mismo nivel de confianza, ¿cuál sería el tamaño muestral mínimo para que pueda estimarse la verdadera proporción de reclamaciones rebajando a la mitad el error máximo de estimación obtenido?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1:
F(0´10)=0´54, F(0´90)=0´82, F(1´19)=0´88, F(1´28)=0´90, F(1´64)=0´95.)

6. En preparación de la puesta en marcha del carnet por puntos se realizó un estudio estadístico sobre la velocidad de los vehículos en cierta carretera. De 40 vehículos observados a diferentes horas del día se obtuvo una media de velocidad de 75 km/h. Podemos suponer que la velocidad de los vehículos sigue una distribución Normal con una desviación típica de 10 km/h.
a) Calcula un intervalo de confianza del 95% para la velocidad en ese tramo.
b) Con el mismo nivel de confianza, ¿cuál sería el menor tamaño de la muestra con la que el error máximo de estimación fuese de 2 km/h?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1:
F(3´16)=1, F(1´96)=0´975, F(1´64)=0´95, F(0´95)=0´83, F(0´05)=0´52.)

7. Una superficie comercial recibía abundantes quejas por el tiempo que pasaba desde que los clientes encargaban sus productos hasta que eran servidos. En un último estudio, de una muestra de 32 pedidos recientes el tiempo medio es de 12 días de espera. Suponiendo que el tiempo sigue una distribución Normal y que la desviación típica es de 9,8 días:

a) ¿Cuál sería el error máximo de estimación del tiempo medio de espera con un nivel de confianza del 95%?

b) Con la misma muestra pero con distinto nivel de confianza, el error máximo de estimación es de 4 días. ¿Cuál es este nivel de confianza?

(Algunos valores de la función de distribución Normal de media 0 y desviación típica 1:
F(0´05)=0´52, F(0´95)=0´83, F(1´64)=0´95, F(1´96)=0´975, F(2´33)=0´99.)

8. El gobierno quiere sopesar en qué medida los ciudadanos están de acuerdo con ciertas medidas que ha tomado. Para analizarlo, realiza una encuesta a la que responden 3000 individuos mayores de edad elegidos al azar en dicha población, de los cuales 1800 dicen estar de acuerdo con las medidas adoptadas por el gobierno y el resto estar en desacuerdo.

a) Calcula un intervalo de confianza del 98% de la proporción de ciudadanos que están de acuerdo con las medidas tomadas por el gobierno.

b) Con el mismo nivel de confianza, ¿cuál sería el tamaño muestral mínimo para que pueda estimarse la proporción de ciudadanos que están de acuerdo con las medidas tomadas por el gobierno con un error máximo de estimación de un 1%?

(Algunos valores de la función de distribución Normal de media 0 y desviación típica 1:
F(2´05)=0´98, F(0´98)=0´84, F(0´02)=0´51, F(1´96)=0´975, F(2´33)=0´99.)

9. Para analizar los efectos de la crisis financiera se considera una muestra aleatoria de 400 familias de determinada región y se obtiene un consumo medio mensual por familia de 900 euros. Se supone además que el consumo mensual familiar en dicha región sigue una distribución normal con desviación típica 160 euros.

a) Calcula un intervalo de confianza del 97% del consumo medio mensual por familia en dicha región.

b) Si quisiésemos rebajar en 5 euros el error máximo de estimación, y con el mismo nivel de confianza, ¿cuál sería el menor tamaño de la nueva muestra que deberíamos escoger?

(Algunos valores de la función de distribución Normal de media 0 y desviación típica 1:
F(-1'88) = 0'03, F(0'97) = 0'833, F(2'17) = 0'985, F(1'88) = 0'97 y F(2´33)=0´99.)

10. Un líder político afirma que un aceptable porcentaje de los egresados universitarios españoles encuentran trabajo antes de un año. Para contrastar dicha afirmación un periódico realizó un estudio con 3600 egresados universitarios de los cuales 420 habían encontrado trabajo en el primer año.

a) Calcula un intervalo de confianza del 94% de la proporción de egresados universitarios españoles que encuentran trabajo antes de un año.

b) ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo si quisiésemos mantener el mismo error de estimación pero aumentando el nivel de confianza al 95%?

(Algunos valores de la función de distribución Normal de media 0 y desviación típica 1:
F(1'88) = 0'97, F(1´64) = 0'95, F(2'17) = 0'985, F(1´96) = 0'975 y F(1´55)=0´94.)

11. En una encuesta realizada recientemente encuesta se obtuvo que 370 de las 500 personas encuestadas respondieron que estaban económicamente mejor que sus padres.

a) Calcula un intervalo de confianza del 93% de la proporción de personas que creen que están en mejor situación económica que sus padres.

b) Con el mismo nivel de confianza, ¿cuál sería el tamaño muestral mínimo para que pueda estimarse la proporción de personas que creen que están en mejor situación económica que sus padres con un error máximo de estimación de un 2%?

(Algunos valores de la función de distribución Normal de media 0 y desviación típica 1:
F(1'88) = 0'97, F(0'93) = 0'82, F(1'81) = 0'965, F(1'48) = 0'93, F(0'07) = 0'53.)

12. Un partido político de determinada región considera que el gasto medio por estudiante en dicha región está por debajo del promedio nacional. Para contrastar esta afirmación se toma una muestra aleatoria de 1200 estudiantes de la región, para los que se obtiene que el gasto medio ha sido de 5 102 euros. Se supone además que el gasto por estudiante en esa región sigue una distribución normal con desviación típica 1 253 euros.

a) Calcula un intervalo de confianza del 98% del gasto medio por estudiante en dicha región.

b) Manteniendo el nivel de confianza, ¿cómo se modificaría el error máximo de estimación si hiciésemos un nuevo estudio con una muestra de tamaño *k* veces el anterior, siendo *k* un número real mayor que uno?

(Algunos valores de la función de distribución Normal de media 0 y desviación típica 1:
F(2´05)=0´98, F(0´98)=0´84, F(0´02)=0´51, F(1´96)=0´975, F(2´33)=0´99.)

① $\hat{p} = \frac{30}{250} = 0'12$

$n = 250$

$1-\alpha = 95\% \rightarrow Z_{\alpha/2} = 1'96$

a) $p_0 \in \left(0'12 - 1'96\sqrt{\frac{0'12 \cdot 0'88}{250}} \; , \; 0'12 + 1'96\sqrt{\frac{0'12 \cdot 0'88}{250}}\right)$

$\boxed{p_0 \in (0'07972 \; , \; 0'1603)}$

b) $1'96\sqrt{\frac{0'12 \cdot 0'88}{N}} = 0'02 \Rightarrow 1'96^2 \cdot \frac{0'12 \cdot 0'88}{N} = 0'02^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow N = \frac{1'96^2 \cdot 0'12 \cdot 0'88}{0'02^2} = 1014'18 \ldots \quad \boxed{N = 1015}$

② $\bar{x} = 21$ Kg

$n = 35$

$\sigma = 3$ Kg

$1-\alpha = 90\% \rightarrow Z_{\alpha/2} = 1'64$

a) $\mu \in \left(21 - \frac{3}{\sqrt{35}} \cdot 1'64 \; , \; 21 - 1'64 \cdot \frac{3}{\sqrt{35}}\right)$

$\boxed{\mu \in (20'49 \; , \; 21'51)} \leftarrow \mathcal{E}_{MAX} = 0'8316$

b) $1-\alpha = 95\% \rightarrow Z_{\alpha/2} = 1'96$

$\mathcal{E}_{MAX} = 1'96 \frac{3}{\sqrt{35}} = \boxed{0'9939}$

③ $n = 120$

$\hat{p} = \frac{12}{120} = 0'1$

$1-\alpha = 96\% \rightarrow Z_{\alpha/2} = 2'05$

a) $p_0 \in \left(0'1 - 2'05\sqrt{\frac{0'1 \cdot 0'9}{120}} \; , \; 0'1 + 2'05\sqrt{\frac{0'1 \cdot 0'9}{120}}\right)$

$\boxed{p_0 \in (0'04386 \; , \; 0'1561)} \rightarrow \mathcal{E}_{MAX} = 0'05614$

b) $1-\alpha = 99\% \longrightarrow Z_{\alpha/2} = 2'58$

$2'58 \cdot \sqrt{\frac{0'1 \cdot 0'9}{N}} = 0'05614 \Rightarrow 2'58^2 \cdot \frac{0'1 \cdot 0'9}{N} = 0'05614^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow N = \frac{2'58^2 \cdot 0'1 \cdot 0'9}{0'05614^2} \Rightarrow N = 190'08 \ldots \quad \boxed{N = 191}$

④ $\sigma = 35$ min

$n = 1000$

$\bar{x} = 105$ min

$1-\alpha = 96\% \rightarrow Z_{\alpha/2} = 2'05$

a) $\mu \in \left(105 - 2'05 \cdot \frac{35}{\sqrt{1000}} \; , \; 105 + 2'05 \cdot \frac{35}{\sqrt{1000}}\right)$

$\boxed{\mu \in (102'7 \; , \; 107'3)} \leftarrow \mathcal{E}_{MAX} = 2'269$

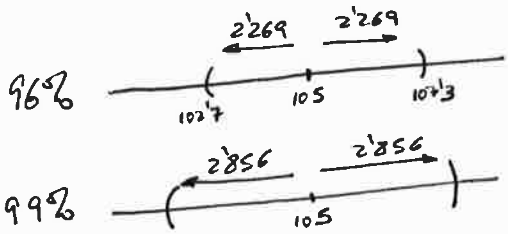
b) $1-\alpha = 99\% \rightarrow Z_{\alpha/2} = 2'58$

Error al 96% : $2'05 \cdot \frac{35}{\sqrt{1000}}$

Error al 99% : $2'58 \cdot \frac{35}{\sqrt{1000}}$

$\frac{2'58 \cdot \cancel{\frac{35}{\sqrt{1000}}}}{2'05 \cdot \cancel{\frac{35}{\sqrt{1000}}}} = 1'2585$

El error aumentaría un $\boxed{26\%}$ aproximadamente



$\mathcal{E}_{MAX} = 2'05 \frac{35}{\sqrt{1000}} = 2'269$

$\mathcal{E}_{MAX} = 2'58 \frac{35}{\sqrt{1000}} = 2'856$

5

$n = 200$

$\hat{p} = \dfrac{36}{200} = 0'18$

$1-\alpha = 90\% \rightarrow Z_{\alpha/2} = 1'64$

a) $P_0 \in \left(0'18 - 1'64\sqrt{\dfrac{0'18 \cdot 0'82}{200}} \,,\; 0'18 + 1'64\sqrt{\dfrac{0'18\cdot 0'82}{200}}\right)$

$\boxed{P_0 \in (0'1354 \,,\, 0'2246)} \longrightarrow \mathcal{E}_{MAX} = 0'04455$

b) $1'64 \cdot \sqrt{\dfrac{0'18 \cdot 0'82}{N}} = \dfrac{0'04455}{2} \Rightarrow 1'64^2 \cdot \dfrac{0'18 \cdot 0'82}{N} = \dfrac{0'04455^2}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow N = \dfrac{4 \cdot 1'64^2 \cdot 0'18 \cdot 0'82}{0'0455^2} = 800 \longrightarrow \boxed{N = 800}$

Para reducir a la mitad el error, n debe multiplicarse.

6

$\sigma = 10$ Km/h

$n = 40$

$\bar{x} = 75$ Km/h

$1-\alpha = 95\% \rightarrow Z_{\alpha/2} = 1'96$

a) $\mu \in \left(75 - 1'96\,\dfrac{10}{\sqrt{40}} \,,\; 75 + 1'96\,\dfrac{10}{\sqrt{40}}\right)$

$\boxed{\mu \in (71'90 \,,\, 78'10)} \longleftarrow \mathcal{E}_{MAX} = 3'10$ Km/h

b) $1'96 \cdot \dfrac{10}{\sqrt{N}} = 2 \Rightarrow 1'96^2 \cdot \dfrac{100}{N} = 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow N = \dfrac{1'96^2 \cdot 100}{4} = 96'04 \longrightarrow \boxed{N = 97}$

7

$n = 32$

$\bar{x} = 12$ días

$\sigma = 9'71$ días

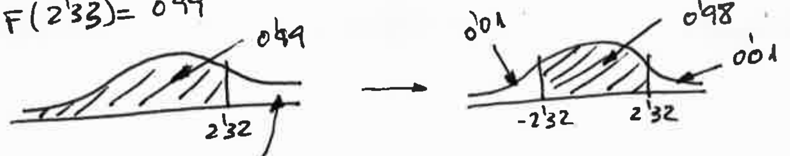
$1-\alpha = 95\% \rightarrow Z_{\alpha/2} = 1'96$

a) $\mu \in \left(12 - 1'96\,\dfrac{9'71}{\sqrt{32}} \,,\; 12 + 1'96\,\dfrac{9'71}{\sqrt{32}}\right)$

$\boxed{\mu \in (8'636 \,,\, 15'36)}$

b) $Z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{9'71}{\sqrt{32}} = 4 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = \dfrac{4\cdot\sqrt{32}}{9'71} = 2'33 \longrightarrow$

$\longrightarrow F(2'33) = 0'99$



$1 - 0'99 = 0'01$

$0'99 - 0'01 = 0'98 \Rightarrow$ $\boxed{\text{Nivel de confianza} = 98\%}$

8

$n = 3000$

$\hat{p} = \dfrac{1800}{3000} = 0'6$

$1-\alpha = 98\% \rightarrow Z_{\alpha/2} = 2'33$

a) $P_0 \in \left(0'6 - 2'33\sqrt{\dfrac{0'6 \cdot 0'4}{3000}} \,,\; 0'6 + 2'33\sqrt{\dfrac{0'6\cdot 0'4}{3000}}\right)$

$\boxed{P_0 \in (0'5792 \,,\, 0'6208)} \longleftarrow \mathcal{E}_{MAX} = 0'02084$

b) $2'33 \cdot \sqrt{\dfrac{0'6 \cdot 0'4}{N}} = 0'01 \Rightarrow 2'33^2 \cdot \dfrac{0'6 \cdot 0'4}{N} = 0'01^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow N = \dfrac{2'33^2 \cdot 0'6 \cdot 0'4}{0'01^2} = 13029'36 \longrightarrow \boxed{N = 13030}$

9

$n = 400$

$\bar{x} = 900$ €

$\sigma = 160$ €

$1-\alpha = 97\% \rightarrow Z_{\alpha/2} = 2'17$

a) $\mu \in \left(900 - 2'17\,\dfrac{160}{\sqrt{400}} \,,\; 900 + 2'17\,\dfrac{160}{\sqrt{400}}\right)$

$\boxed{\mu \in (882'64 \,,\, 917'36)} \longleftarrow \mathcal{E}_{MAX} = 17'36$ €

b) Error $= 17'36 - 2 = 15'36$ €

$15'36 = 2'17\,\dfrac{160}{\sqrt{N}} \Rightarrow N = \left(\dfrac{2'17 \cdot 160}{15'36}\right)^2 = 510'948\ldots$

$\boxed{N = 511}$

(10)

$n = 3600$

$\hat{p} = \frac{420}{3600} = \frac{7}{60} = 0'11\widehat{6}$

$1-\alpha = 94\% \rightarrow z_{\alpha/2} = 1'88$

$1-\alpha = 95\% \rightarrow z_{\alpha/2} = 1'96$

$p_0 \in \left(\frac{7}{60} - 1'88\sqrt{\frac{7/60 \cdot 53/60}{3600}} \; ; \; \frac{7}{60} + 1'88\sqrt{\frac{7/60 \cdot 53/60}{3600}} \right)$

$\boxed{p_0 \in (0'1066 \; ; \; 0'1267)} \longleftarrow \varepsilon_{max} = 0'01006$

$1'96 \cdot \sqrt{\frac{7/60 \cdot 53/60}{N}} = 0'01006$

$N = \frac{7/60 \cdot 53/60 \cdot 1'96^2}{0'01006^2} = 3911'89 \Rightarrow \boxed{N = 3912}$

(11)

$n = 500$

$\hat{p} = \frac{370}{500} = 0'74$

$1-\alpha = 93\% \rightarrow z_{\alpha/2} = 1'81$

$p_0 \in \left(0'74 - 1'81\sqrt{\frac{0'74 \cdot 0'26}{500}} \; , \; 0'74 + 1'81\sqrt{\frac{0'74 \cdot 0'26}{500}} \right)$

$\boxed{p_0 \in (0'7045 \; , \; 0'7755)} \longleftarrow \varepsilon_{max} = 0'03551$

$1'81 \cdot \sqrt{\frac{0'74 \cdot 0'26}{N}} = 0'02 \; ; \; 1'81^2 \frac{0'74 \cdot 0'26}{N} = 0'02^2 ;$

$N = \frac{1'81^2 \cdot 0'74 \cdot 0'26}{0'02^2} = 1575'8041 \Rightarrow \boxed{N = 1576}$

(12)

$n = 1200$

$\bar{x} = 5102$ €

$\sigma = 1253$ €

$1-\alpha = 98\% \rightarrow z_{\alpha/2} = 2'33$

$\mu \in \left(5102 - 2'33 \frac{1253}{\sqrt{1200}} \; , \; 5102 + 2'33 \frac{1253}{\sqrt{1200}} \right)$

$\boxed{\mu \in (5017'72 \; ; \; 5186'28)} \longleftarrow \varepsilon_{max} = 84'28$ €

$E = 2'33 \frac{1253}{\sqrt{1200K}} = \boxed{\frac{84'28}{\sqrt{K}} \text{ €}}$

El error máximo quedaría dividido por $\sqrt{K}$.