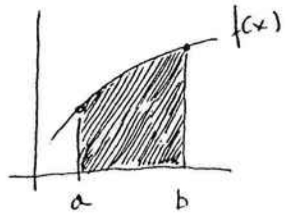
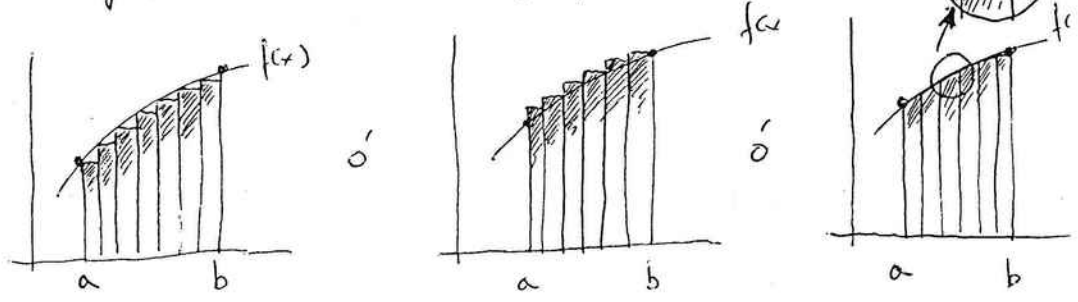
INTEGRAL DEFINIDA

Intuitivamente surge al querer calcular el área que hay debajo de una función f(x) hasta el eje OX. entre 2 puntos a y b.



Este área se puede descomponer en rectángulos infinitamente pequeños. y la suma de los áreas de los rectángulos será aproximadamente el área que queremos calcular.



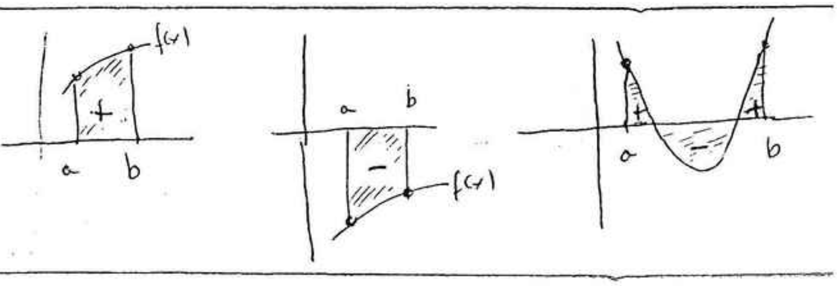
rectángulos inferiores — rectángulos superiores — trapecios

la suma de los áreas de todos los rectángulos es la integral definida en el intervalo a, b.

$$\int_a^b f(x)\cdot dx = \lim_{n\to\infty} S(f(x), RS_n) = \lim_{n\to\infty} S(f(x), RI_n) = \lim_{n\to\infty} S(f(x), T_n)$$

- a y b son los límites inferior y superior de integración, respectivamente
- f(x) es el integrando
- f(x) es integrable si existe ese límite y es igual para los 3 casos

Signo de la integral definida:



PROPIEDADES:

① $\int_a^b f(x)\cdot dx = \int_a^c f(x)\cdot dx + \int_c^b f(x)\cdot dx$; si c es punto intermedio entre a y b

② Si a = b

$$\int_a^a f(x)\cdot dx = 0$$

PROPIEDADES (CONT.):

(3) $$\int_a^b f(x)\cdot dx = -\int_b^a f(x)\cdot dx$$

(4) $$\int_a^b \left(f(x) \pm g(x)\right) dx = \int_a^b f(x)\cdot dx \pm \int_a^b g(x)\cdot dx$$

(5) $$\int_a^b K\cdot f(x)\cdot dx = K\int_a^b f(x)\cdot dx$$

INTEGRAL DEFINIDA en $[a,b]$: REGLA de BARROW

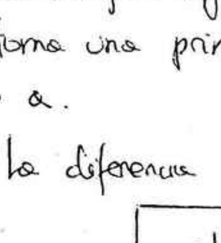
La integral definida de la función en el intervalo $[a, b]$ es igual al valor que toma una primitiva en el punto b menos el valor que toma en el punto a.

La diferencia $F(b) - F(a)$ suele designarse por $\left[F(x)\right]_a^b$

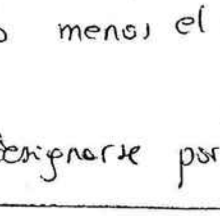
$$\boxed{\int_a^b f(x)\cdot dx = \left[F(x)\right]_a^b = F(b) - F(a)}$$

Ejemplo: $$\int_0^3 x^3\cdot dx = \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^3 = \frac{3^4}{4} - \frac{0^4}{4} = \boxed{\frac{81}{4}}$$

APLICACIONES : (A) AREA del RECINTO LIMITADO POR UNA FUNCION:

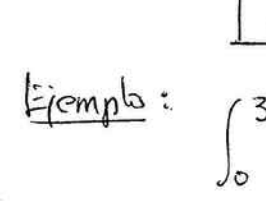


$$\text{Area} = \int_a^b f(x)\cdot dx$$



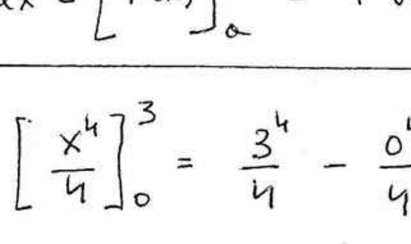
$$\text{Área} = -\int_a^b f(x)\cdot dx$$

(B) AREA DEL RECINTO LIMITADO POR DOS FUNCIONES:



cual está arriba y cual abajo

$$\boxed{\text{rea} = \int_a^b g(x)\cdot dx - \int_a^b f(x)\cdot dx}$$



$$\text{Area} = \underbrace{\left[\int_a^c f(x)\cdot dx - \int_a^c g(x)\cdot dx\right]}_{R1} + \underbrace{\left[\int_c^b g(x)\cdot dx - \int_c^b f(x)\cdot dx\right]}_{R2}$$