

Logarithms exercises

1) Find the following logarithms:

a) In base 2 of 4, 16, 64, 256, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$.

b) In base 3 of 27, 9, 3, 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$.

2) Use the definition of logarithm and find x.

a) $\log_x 36 = 2$

b) $-2 = \log_x \frac{1}{25}$

c) $-\frac{1}{3} = \log_{27} x$

d) $x = \log_{\frac{1}{2}} 8$

e) $4 = \log_x 16$

f) $\log_3 x = -2$

g) $\log_x 125 = 3$

h) $-3 = \log_x 2$

i) $\log_x \frac{1}{16} = -8$

j) $-\frac{1}{3} = \log_{27} x$

3) Don't use the calculator to find the first digit of the following decimal logarithms: 5100; 823; 50; 0,32; 12315; -3; 0,0023; 7 y 0,00003.

4) Don't use calculator and find:

a) $\log_2 32$

b) $\log_2 \frac{1}{16}$

c) $\log_2 \sqrt{8}$

d) $\log_{\frac{1}{2}} 32$

d) $\log_3 729$

e) $\log_3 \frac{1}{81}$

f) $\log_3 \sqrt[3]{243}$

g) $\log_3 \frac{1}{27}$

h) $\log_{10} 1000000$

i) $\log_{10} \frac{1}{1000}$

j) $\log_{10} \sqrt[5]{100}$

k) $\log_{\frac{1}{10}} \sqrt[3]{100000}$

5) Find without using a calculator:

a) $\log \sqrt{100}$

b) $\log \sqrt[3]{10}$

c) Si $\log 2 = 0,3$, halla los logaritmos decimales de 20; 5; 0,2; y $\frac{1}{16}$.

d) If $\log 5 = 0,7$, find

1. $\log 0,125$

2. $\log 2$

3. $\log 500$

4. $\log \sqrt[3]{25}$

e) If $\log 8 = 0,9031$, find:

1. $\log 800$
2. $\log 2$
3. $\log 0,64$
4. $\log 40$
5. $\log 5$
6. $\log \sqrt[3]{8}$

f) Use base changing and calculator to find:

1. $\log_3 20$
2. $\log_5 15$
3. $\log_{0,5} 10$
4. $\log_{0,1} 2$
5. $\log_4 11$
6. $\log_7 60$
7. $\log_2 14$
8. $\log_3 32$
9. $\log_{\frac{1}{2}} 20$
10. $\log_5 10$

g) Using logarithm properties and knowing that $\log x = 0,70$ and $\log y = 1,18$, find:

1. $\log(x^2 y)$
2. $\log\left(\frac{x^5}{y^2}\right)$
3. $\log\sqrt{x} \sqrt[3]{y^2}$

h) Rewrite using logarithms:

1. $A = \frac{100bc^3}{\sqrt{d}}$
2. $B = \frac{x^2 y}{10\sqrt[3]{z}}$
3. $C = \frac{x^2 y^3 z^5}{t^4}$
4. $D = \frac{100x^3 y}{t^2}$
5. $E = \frac{\sqrt{xyz^2}}{10t^3}$
6. $F = \frac{\sqrt{x} \sqrt[3]{y^2} z^{\frac{3}{4}}}{t^{\frac{5}{2}}}$

i) Express without logarithms:

1. $\log A = 3 \log b + \log c - 2$
2. $\log B = 4 \log x - \log y - \frac{\log z}{3}$
3. $\log C = 3 \log x + 2 \log y - 5 \log z$
4. $\log D = \frac{3}{2} \log x + \log y - \frac{2}{3} \log z - 2$

6) En un terremoto aparecen dos tipos de ondas sísmicas: las P, longitudinales y de velocidad de propagación rápida, y las ondas S, transversales y de velocidad menor. En la escala de Richter, la magnitud de un terremoto se calcula como:

$$M = \log A + 3 \log(8t) - 2,92$$

donde A es la amplitud en milímetros de las ondas S (medidas en el sismógrafo), y t, el tiempo transcurrido, en segundos, entre la aparición de las ondas P y las S.

a) Copia y completa la tabla, calculando las características para tres sismos diferentes.

	t(s)	A(mm)	M
1	8	15	
2	15		4
3		45	7

b) Calcula la relación entre las amplitudes de dos terremotos de magnitudes 6 y 9. (Suponemos el mismo valor para t).

7) Ordena los siguientes logaritmos aplicando su definición y sus propiedades.

$$\log^{\frac{1}{3}} 10, \quad \log_2 \left(\frac{1}{4} \right)^{-1}, \quad \log_{\sqrt{3}} \sqrt[4]{3}, \quad \ln \sqrt{\frac{1}{e}}$$

8) El decibelio es la unidad que se usa para medir la sonoridad, $\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$, esto es, el volumen con que percibimos un sonido determinado, donde I es la intensidad sonora, e $I_0 = 10^{-12}$ vatios por metro cuadrado (W/m^2), la intensidad umbral que el oído humano puede percibir.

- a. Calcula β para sonidos con intensidades de 10^6 y 10^9 W/m^2 , respectivamente.
- b. Si el umbral del dolor para el ser humano está en 120 decibelios, determina que intensidad debe tener un sonido para alcanzar dicho umbral.