5 Método de Gauss

Para resolver sistemas de ecuaciones lineales podemos utilizar el **método de Gauss**, que consiste en encontrar, mediante las transformaciones adecuadas, otro sistema con la misma solución en el que cada una de las ecuaciones tiene una incógnita menos que la anterior.

Para conseguir un sistema de este tipo se pueden utilizar estas transformaciones.

- Cambiar el orden de dos ecuaciones.
- Multiplicar o dividir los dos miembros de una ecuación por un mismo número.
- Cambiar una ecuación por la suma de esta ecuación más otra ecuación.

Hazlo así

CÓMO RESOLVEMOS UN SISTEMA DE TRES ECUACIONES MEDIANTE EL MÉTODO DE GAUSS

Resuelve este sistema de ecuaciones lineales con tres ecuaciones y tres incógnitas.

$$\left.\begin{array}{r} 2x - y - z = -3 \\ x - 2y - 2z = -6 \\ 4x + 2y + z = 4 \end{array}\right\}$$

PRIMERO. Elegimos una ecuación en la que uno de los coeficientes de las incógnitas sea 1, -1 o un divisor de los demás coeficientes de la misma incógnita.

$$\left.\begin{array}{r} 2x - y - z = -3 \\ x - 2y - 2z = -6 \\ 4x + 2y + z = 4 \end{array}\right\} \xrightarrow{E_2 \leftrightarrow E_1} \left.\begin{array}{r} x - 2y - 2z = -6 \\ 2x - y - z = -3 \\ 4x + 2y + z = 4 \end{array}\right\}$$

SEGUNDO. Eliminamos la incógnita elegida de la 2.ª y 3.ª ecuaciones multiplicando la 1.ª ecuación por el número adecuado, y sumándoselas o restándoselas.

$$\left.\begin{array}{r} x - 2y - 2z = -6 \\ 2x - y - z = -3 \\ 4x + 2y + z = 4 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \xrightarrow{E_2 = E_2 - 2E_1} \\ \xrightarrow{E_3 = E_3 - 4E_1} \end{array} \left.\begin{array}{r} x - 2y - 2z = -6 \\ 3y + 3z = 9 \\ 10y + 9z = 28 \end{array}\right\}$$

TERCERO. Dividimos la segunda ecuación entre 3 y eliminamos la incógnita de la 3.ª ecuación multiplicando la 2.ª ecuación por el número adecuado, y sumándosela o restándosela.

$$\left.\begin{array}{r} x - 2y - 2z = -6 \\ y + z = 3 \\ 10y + 9z = 28 \end{array}\right\} \xrightarrow{E_3 = E_3 - 10E_2} \left.\begin{array}{r} x - 2y - 2z = -6 \\ y + z = 3 \\ -z = -2 \end{array}\right\}$$

CUARTO. Resolvemos el sistema resultante.

$$\left.\begin{array}{r} x - 2y - 2z = -6 \\ y + z = 3 \\ -z = -2 \end{array}\right\} \xrightarrow{z=2} \left.\begin{array}{r} x - 2y = -2 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{array}\right\} \xrightarrow{y=1,\, z=2} \left.\begin{array}{r} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{array}\right\}$$

La solución del sistema es $x = 0$, $y = 1$ y $z = 2$.

Se escribe así

En un sistema de ecuaciones llamamos $E_1, E_2, E_3 \ldots$ a sus ecuaciones.

- Para cambiar de orden dos ecuaciones, por ejemplo, intercambiar la 1.ª y 2.ª ecuaciones, escribimos:

$$E_1 \leftrightarrow E_2$$

- Para sustituir una ecuación por la suma o la resta de otras dos ecuaciones, por ejemplo, sustituir la 3.ª ecuación por la resta de la 3.ª ecuación menos la 1.ª ecuación multiplicada por 4, escribimos:

$$E_3 = E_3 - 4E_1$$

ACTIVIDADES

18 Resuelve estos sistemas.

a) $\left.\begin{array}{r} x - y = 3 \\ 3x + 2y = 19 \\ 2x + 3y = 16 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} x + y + 2z = 0 \\ 2x + 5y - 6z = 0 \\ 3x + 4y + z = 0 \end{array}\right\}$

19 Resuelve los sistemas.

a) $\left.\begin{array}{r} x + y + z = 2 \\ 3x - y = 1 \\ 5x + 7y - 3z = 3 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} x - y - 2z = 8 \\ 2x + y - 3z = 11 \\ x + 2y + 3z = 5 \end{array}\right\}$