

Modelo de examen de cálculo integral

1. Halla el valor **exacto** de: $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{3-4x}{1+x^2} dx$
2. Sea $f(x) = \begin{cases} \frac{k}{e^x} & , \text{ para } 0 \leq x \leq \ln 6 \\ 0 & , \text{ en cualquier otro caso} \end{cases}$ la función densidad de probabilidad de una variable aleatoria X .
 - a) Demuestra que $k = 1,2$
 - b) Halla el valor **exacto** de $E[X]$
 - c) Halla el primer cuartil
3. a) Halla el área del recinto encerrado por la gráfica de $f(x) = \frac{4}{1-x}$, su recta tangente en $x = -1$ y el eje Y . Haz un esbozo del recinto.
 b) Halla el volumen del sólido generado al girar dicho recinto alrededor del eje OX .
4. $\int \frac{3x^3}{x^2-4} dx$
5. Sea la función $f(x) = \operatorname{sen} x \cdot \ln x$ para $x \in [0,5,3,5]$. El área del recinto que define sobre el eje X es k veces la suma de las áreas de los recintos que define bajo el eje X . Halla k . Esboza en un gráfico los recintos y escribe las integrales utilizadas.

| Criterios de calificación | | | | | | | | |
|---------------------------|-----|------|------|------|------|------|-----|--------------|
| 1 | 2a | 2b | 2c | 3a | 3b | 4 | 5 | Total 7 p |
| 10 p | 5 p | 10 p | 10 p | 10 p | 10 p | 10 p | 5 p | |

| Soluciones | | | | | | | |
|-------------------------|-----------|-----------------------|---------------------|------------------------|------------------|---------------------------------------|--------------|
| 1 | 2a | 2b | 2c | 3a | 3b | 4 | 5 |
| $\frac{\pi}{4} - \ln 4$ | $k = 1,2$ | $\frac{5 - \ln 6}{5}$ | $\ln \frac{24}{19}$ | $\ln 16 - \frac{5}{2}$ | $\frac{5\pi}{3}$ | $\frac{3x^2}{2} + 6 \ln(x^2 - 4) + C$ | $k = 5,1672$ |