

MODELO 1 EXAMEN DE CÁLCULO DIFERENCIAL

(El ejercicio 6 necesita el uso efectivo de una calculadora gráfica)

1. Escribe la ecuación de la recta normal a la curva de ecuación: $xy = \arcsen\left(\frac{x}{2}\right)$ en el punto de abscisa $x = 1$

2. Haz un estudio de todas las asíntotas de la función: $f(x) = \frac{1-e^x}{x^2}$

3. Halla los valores **exactos** de los puntos de inflexión de la curva $f(x) = \frac{x}{\ln(x^2)}$

4. Considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{ax}}{1-x} & \text{Si } x \leq 0 \\ 1 - \text{sen}(2x) & \text{Si } x > 0 \end{cases}$ siendo a un nº real

a) Halla razonadamente el dominio de $f(x)$

b) Estudia para qué valores de ' a ' la función $f(x)$ resulta ser continua en $x = 0$

c) Estudia para qué valores de ' a ' la función $f(x)$ resulta ser derivable en $x = 0$

5. Una estalactita tiene la forma de un cono invertido de base circular cuya altura crece de manera constante 3mm cada siglo mientras que el radio de su base decrece a un ritmo constante de 0,5mm cada siglo. Calcule su tasa de variación de su volumen en el momento que mide 200mm de alto y 40mm de radio.

6. Se quiere construir una carretera entre dos pueblos **A** y **B** separados por un río de anchura k , las distancias son las que muestra el dibujo. Las condiciones del diseño son las siguientes:

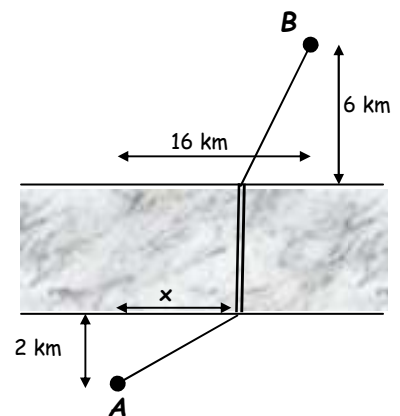
- La longitud final de la carretera debe ser mínima.
- El puente sobre el río debe estar situado en el espacio del río entre los pueblos **A** y **B** y ser perpendicular a sus orillas como muestra el gráfico.

a) Demuestra que la distancia entre **A** y **B** sigue la función:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{x^2 - 32x + 292} + k$$

b) Utiliza la calculadora gráfica para explicar a qué distancia, x en el dibujo, debemos construir el puente. Haz un esbozo de la gráfica. ¿Influye la constante k en el valor de x encontrado? Razona la respuesta.

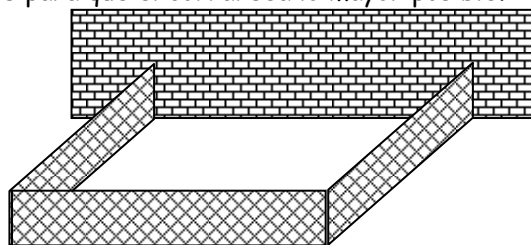
c) ¿Cuál sería la peor solución, esto es, la que necesitase una carretera de mayor longitud?



MODELO 2 EXAMEN DE CÁLCULO DIFERENCIAL

(El ejercicio 6 necesita el uso efectivo de una calculadora gráfica)

- Halla la recta normal a la curva $y = e^{-xy}$ en el punto de abscisa $x = 0$.
- Sea $f(x) = \frac{\ln x}{x^3}$
 - Halle $f'(x)$ y $f''(x)$ simplificando las respuestas
 - Halle el valor exacto de la abscisa del máximo relativo justificando que lo es mediante la 2ª derivada.
 - Halle el valor exacto de la abscisa del punto de inflexión y justificando que lo es con el estudio de la curvatura de la función.
 - Halle sus asíntotas.
- Un pastor dispone de 1.000 m de tela metálica para construir una cerca rectangular aprovechando una pared ya existente. ¿Podrías indicarle las dimensiones para que el corral sea lo mayor posible?



4. Sea $f(x) = \begin{cases} 4 & \text{si } x = 0 \\ \frac{m(e^x - 1)}{x} & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$, donde $m \in \mathbb{R}$.

- Calcule m para que f sea continua en $x = 0$.
 - para el valor de m calculado estudie si f es derivable en $x = 0$.
- Un depósito de forma cónica con tiene 8 metros de diámetro y una profundidad de 12 metros. El agua entra en el depósito por su vértice con un caudal de 10 m^3 por minuto. Halla la tasa de variación de la profundidad del agua cuando alcanza 6 m de profundidad.
 - Sea $f(x) = x \cos x$, para $0 \leq x \leq \pi$. La curva de $f(x)$ tiene un máximo local en $x = a$ y un punto de inflexión en $x = b$.
 - Utiliza la calculadora gráfica para esbozar la gráfica de $f(x)$ indicando las posiciones aproximadas de a y b .
 - Halla a y b .

MODELO 3 EXAMEN DE CÁLCULO DIFERENCIAL

(El ejercicio 6 necesita el uso efectivo de una calculadora gráfica)

1. Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{ax} & \text{si } x > 0 \\ bx + c & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$ con $a, b, c \in \mathfrak{R}$

Determine los valores de a , b y c para que la función sea continua en su dominio, tenga un máximo relativo en $x = -1$ y la tangente en $x = -2$ sea paralela a la recta $y = 2x$.

2. Dada la función $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 4x - x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ calcule, si existe, la derivada en $x = 1$ usando la definición de derivada.

3. De todos los cilindros inscritos en una esfera de radio 1 metro, halle el volumen del que lo tenga máximo.

4. Dada la función $y = 2\sqrt{\frac{2}{x} - 1}$

a) Indique su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento, puntos de inflexión y asíntotas.

b) Realice una representación gráfica aproximada de la misma.

5. Calcule: a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^x$

6. Dibuje aproximadamente la curva $f(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{x^2 + 1}}$, $-4 \leq x \leq 4$ y sobre ella rotule claramente las coordenadas de los puntos máximos / mínimos y de inflexión.

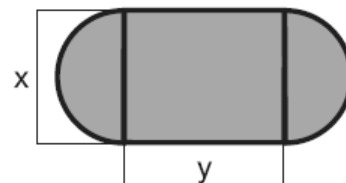
MODELO 4 EXAMEN DE CÁLCULO DIFERENCIAL

(El ejercicio 6 necesita el uso efectivo de una calculadora gráfica)

1. Sea $f(x)$ la función definida por las expresiones $f(x) = \begin{cases} 3\operatorname{sen}x - \cos x & \text{si } x \geq 0 \\ \frac{mx+n}{1-x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$ siendo m y n dos números reales

- Halla razonadamente el dominio de $f(x)$
- Calcula m y n para que $f(x)$ sea continua en todo su dominio
- Calcula m y n para que $f(x)$ sea derivable en todo su dominio

2. Se dispone de 200 m de tela metálica y se desea vallar un recinto formado por un rectángulo y dos semicírculos como indica la figura. Determine las dimensiones de x e y para que el área encerrada sea máxima.



3. Calcule: a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{1 - \cos x}$ b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + 2 \cos x)^{\frac{1}{\cos x}}$

4. Se considera la función real $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ donde a , b y c son números reales. Encuentre los valores de a , b y c para que las rectas tangentes en los puntos de abscisas $x=2$ y $x=4$ sean paralelas al eje OX , sabiendo además que el punto de inflexión de la gráfica de $f(x)$ está en el eje OX .
5. Consideraremos al neumático de una bicicleta como un cilindro con una longitud fija de 200 cm con sus dos bases unidas. El radio r irá incrementándose conforme vayamos hinchando el neumático incrementando su volumen a una tasa constante de $30 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$. Halle la tasa de cambio del radio del neumático cuando $r = 2$ cm.
6. Halle el máximo área de un rectángulo con los dos vértices inferiores situados en el eje X y los dos vértices superiores situados sobre la curva $y = \operatorname{sen}x$, para $0 \leq x \leq \pi$.

MODELO 5 EXAMEN DE CÁLCULO DIFERENCIAL

(El ejercicio 6 necesita el uso efectivo de una calculadora gráfica)

- Halla: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x-1}{3x+4} \right)^{2x}$
- La recta tangente a la curva $y = 3x - \tan x$ para $x \in \left(0, \frac{\pi}{2} \right)$ sea paralela a la recta $y = x - 2$ en uno de sus puntos. Escribe su ecuación.
- Una lata cilíndrica tiene un volumen de 500 cm^3 . La altura de la lata es h cm y el radio de la base es r cm.
 - Halle una expresión para la superficie total A de la lata en función de r .
 - Dado que hay un valor mínimo de A para $r > 0$, halle este valor de r .
- Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 6x + 8 & \text{Si } x \leq -2 \\ 2x + 4 & \text{Si } -2 < x \leq 0 \\ a \cos x & \text{Si } x > 0 \end{cases}$
 - Estudia su continuidad en toda la recta real en función de a .
 - Estudia su derivabilidad en toda la recta real en función de a .
 - Para $a = 4$, haz un dibujo aproximado de su gráfica.
- Dibuja aproximadamente la gráfica de la función $f(x) = 1 - \frac{1}{x+1}$ calculando su dominio de definición, sus asíntotas, sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, sus máximos y mínimos, sus intervalos de concavidad y convexidad y sus puntos de inflexión.
- Sea $f(x) = x^3 \cos x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$
 - Halla el valor de x para el que $f(x)$ tiene un máximo
 - Utiliza la función segunda derivada de $f(x)$ para hallar el valor de x en el que $f(x)$ tiene un punto de inflexión

MODELO 6 EXAMEN DE CÁLCULO DIFERENCIAL

(El ejercicio 6 necesita el uso efectivo de una calculadora gráfica)

1. Calcule a para que las siguientes funciones tengan el mismo límite en el punto 0

$$f(x) = \frac{\operatorname{sen}(ax)}{x} \quad g(x) = \frac{\cos^2 x - 1}{x^2}$$

2. Sean las curvas $C_1: y = -x^2 + 2x - 4$, $C_2: y = x^2 + kx + k$, donde $k < 0$ es una constante. Ambas curvas pasan por P , punto en el que ambas curvas comparten la misma recta tangente.

a) Halla k .

b) Halla las coordenadas de P .

3. Se desea construir un marco rectangular para una ventana de 6 m^2 de superficie. El metro lineal de tramo horizontal cuesta 20 € y el tramo vertical es a 30 € el metro. Calcula las dimensiones de la ventana para que el coste de marco sea mínimo.

4. Dada la función $f(x) = \begin{cases} 4 & \text{si } x = 1 \\ \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{si } x \neq 1 \end{cases}$ estudia la derivabilidad en $x = 1$ utilizando exclusivamente la definición de derivada.

5. Halla los coeficientes de la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ para que la curva pase por el origen de coordenadas y presente en el punto $(2, 1)$ una inflexión con tangente paralela al eje OX .

6. Halla los extremos locales y los puntos de inflexión de la función $y = \operatorname{sen}(x^2 + 1)$ para $-2 < x < 2$

MODELO 7 EXAMEN DE CÁLCULO DIFERENCIAL

(El ejercicio 6 necesita el uso efectivo de una calculadora gráfica)

1. Halla $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\operatorname{sen} x}$
2. Una curva está definida por la ecuación $8y \ln x - 2x^2 + 4y^2 = 7$. Halle la ecuación de la tangente a la curva en el punto con $x = 1$ e $y > 0$
3. Estudia qué puntos de la curva $y^2 = 4x$ son los más cercanos al punto $(4, 0)$
4. Sea la función $f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 - 4 & \text{si } x < 0 \\ -a(x-2)^2 + 4a & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$
 - a) Determina los valores de a que hacen continua la función en $x = 0$.
 - b) Determina los valores de a que hacen derivable la función en $x = 0$.
5. Sea $f(x) = \frac{2}{x-3} - \frac{12}{x^2-9}$. Se pide:
 - a) Dominio de definición
 - b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento
 - c) Comprobar si la función es continua en $x=3$
 - d) Calcular el límite de la función cuando x tiende a -3 .
6.
 - a) Dibuje aproximadamente la curva $y = |\ln x| - |\cos x| - 0,1$ para $0 < x < 4$, mostrando claramente las coordenadas de los puntos de corte con el eje x y las coordenadas de todos los máximos y mínimos locales.
 - b) Halle los valores de x para los cuales $|\ln x| > |\cos x| + 0,1$ para $0 < x < 4$

MODELO 8 EXAMEN DE CÁLCULO DIFERENCIAL

(El ejercicio 6 necesita el uso efectivo de una calculadora gráfica)

1. Calcule los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - 1 - x}{1 - \cos^2 x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \cot x$

2. Halla las ecuaciones de las dos rectas tangentes a la curva $y = \frac{2x+5}{x+3}$ con pendiente 1/9.

3. Se desea construir un prisma recto de base cuadrada cuya área total sea 96 m^2 . Determine las dimensiones del lado de la base y de la altura para que el volumen sea máximo.

4. Sea la función definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } x \geq 3 \\ 2x + a & \text{si } x < 3 \end{cases}$

a) Encuentra el valor de a para que f sea continua

b) Comprueba si es derivable en $x = 3$ a partir de la definición

5. Sea $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 3}$

a) Determine el dominio de definición, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos, mínimos y puntos de inflexión.

b) Halle las asíntotas y represente aproximadamente la gráfica de la función.

6. Sea el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = 1,2 \\ \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = 1,4 \end{cases}$$

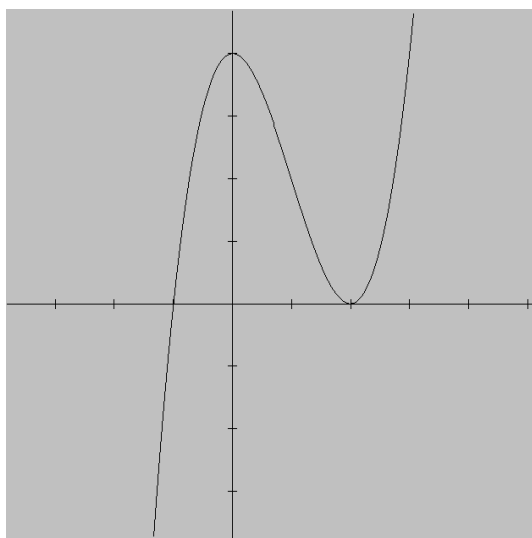
a) Despeja en cada ecuación y en función de x

b) Partiendo de ello, resuelve el sistema con $0 < x < \pi$, $0 < y < \pi$

MODELO 9 EXAMEN DE CÁLCULO DIFERENCIAL

(Este examen debe ser realizado sin el apoyo de una calculadora gráfica)

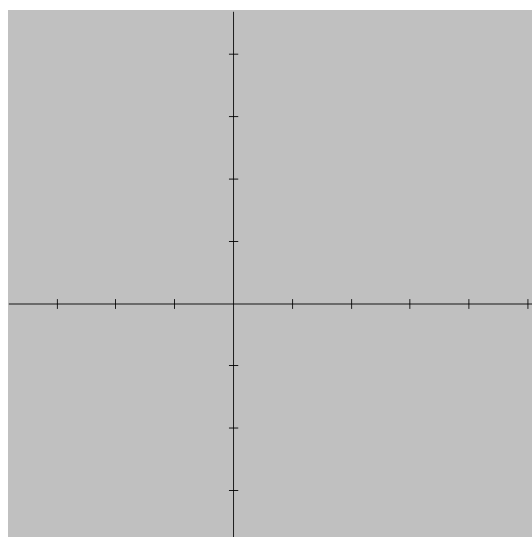
1. La figura muestra la gráfica de $f'(x)$. Representa justo debajo la gráfica aproximada de $f(x)$ sabiendo que $f(0)=0$ y rotulando los puntos máximos, mínimos y de inflexión.



2. La normal a la curva $y = \frac{k}{x} + \ln x^2$, para $x \neq 0$, $k \in \mathfrak{R}$, en el punto $x = 2$, tiene por ecuación $3x + 2y = b$, donde $b \in \mathfrak{R}$. Halle el valor exacto de k .

3. Halla: $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$

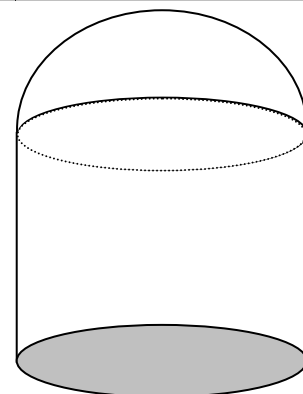
4. Sea $y = x \cdot \arcsen x$ con $x \in (-1, 1)$. Demuestra que $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{2-x^2}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}$



5. Determina los valores de los parámetros de a , b y c para que la siguiente función sea continua y derivable en todos los reales y además tenga un extremo relativo en el punto de abscisa 3:

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x < 2 \\ ax^2 + bx + c & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

6. El sólido de la figura está formado por un cilindro y media esfera. El común radio está creciendo a una tasa constante de 2 cm/min y el volumen total a una tasa constante de $204 \pi \text{ cm}^3/\text{min}$. En el momento en que el radio mide 3 cm, el volumen es $36\pi \text{ cm}^3$. Halla la tasa de variación de la altura del cilindro en ese momento.



MODELO 10 EXAMEN DE CÁLCULO DIFERENCIAL

(Este examen debe ser realizado sin el apoyo de una calculadora gráfica)

1. Calcule:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos(x-1)}{(\ln x)^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} (x^4 + e^x)^{\frac{1}{x}}$

2. Una curva tiene por ecuación: $xy^2 + x^2y = 2$

a) Halle la pendiente de la recta tangente a la curva en el punto (1, 1)

b) Halle la ecuación de la recta que es perpendicular a la curva en el punto (1, 1)

3. Se dispone de una chapa de acero que puede representarse por la región del plano determinada por la parábola $y = -x^2 + 4$ y la recta $y = 1$. Determine las dimensiones del rectángulo de área máxima que se puede obtener a partir de dicha chapa con la condición de que uno de sus lados esté en la recta $y = 1$.

4. Dada $a \in \mathfrak{R}$, se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 3ax - 6}{x - 3} & \text{si } x < 3 \\ x^2 - 1 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

Determine los valores de a para los que la función es continua

5. Dibuja aproximadamente la gráfica de la función $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ calculando su dominio de definición, sus asíntotas, sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, sus máximos y mínimos, sus intervalos de concavidad y convexidad y sus puntos de inflexión.

6. El volumen de un cuerpo viene dado por

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h$$

En el instante en el que el radio mide 3 cm, el volumen es de $81\pi \text{ cm}^3$, el radio está cambiando con un ritmo de 2 cm/min y la tasa de variación del volumen es de $204\pi \text{ cm}^3 / \text{min}$. Calcule la tasa de cambio de la altura en ese mismo instante.

MODELO 11 EXAMEN DE CÁLCULO DIFERENCIAL

(Este examen debe ser realizado sin el apoyo de una calculadora gráfica)

1. Calcule:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \operatorname{sen} x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{x}{2} \right)$

2. Sea la curva descrita por la función $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ para valores de $x > 2$. Calcula:

a) La recta tangente a la gráfica en el punto P de la curva con abscisa $x = 3$

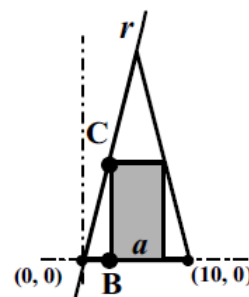
b) El punto de corte entre esa recta tangente y la asíntota horizontal de la curva

3. El triángulo isósceles, descrito en la figura, mide 10 cm de base y 20 cm de altura.

a) ¿Cuál es la ecuación de la recta r señalada en la figura que contiene el lado del triángulo?

b) Dado el rectángulo inscrito cuya base mide a , calcula las coordenadas de los puntos B y C en función de a .

c) Halla el valor de a que hace máxima el área del rectángulo.



4. Estudia la continuidad y la derivabilidad de la función: $f(x) = \begin{cases} 5x^2 - 2x - 11 & \text{si } x \in (-\infty, 1) \\ -\frac{8}{x} & \text{si } x \in [1, +\infty) \end{cases}$

5. Dada la función $y = x^4 e^{-x}$

a) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función

b) Halla, si existe, los máximos, mínimos y puntos de inflexión.

c) Dibuja aproximadamente su gráfica

6. Al derramar pintura en una bandeja se va formando un charco cilíndrico de altura constantemente igual a 0,5 cm. Si derramamos la pintura a una tasa de $4 \text{ cm}^3 / \text{s}$, halle la tasa de crecimiento del radio del círculo cuando el radio mida 20 cm.

MODELO 12 EXAMEN DE CÁLCULO DIFERENCIAL

(Contesta 4 de las siguientes preguntas. Cada una puntuará 1 punto sobre el total de 10 del examen)

1. Dada la curva: $y = 3x - \ln x$ con $x > 0$, escribe la ecuación de la recta normal a dicha curva en $x = 1$
2. Una partícula se mueve a lo largo de una línea recta. Cuando ha recorrido una distancia s , la velocidad v de la partícula viene dada por $v = \frac{2-s}{s^2+1}$. Halle la aceleración cuando $s = 3$

3. Halla el dominio y la expresión de la función derivada de la función $f(x) = \sqrt{x^5 - 8x^2}$
4. Razona si la siguiente frase es verdadera o falsa poniendo un ejemplo si fuese necesario:

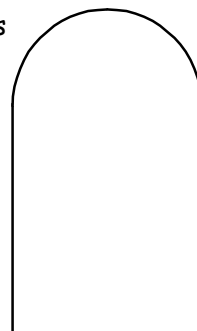
Si $(2, 3)$ es un punto de la gráfica de una función $f(x)$ **necesariamente** será $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$

5. Halla: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{tg} x}{x - \operatorname{sen} x}$

6. Halla las asíntotas de la función $y = \frac{2x^3}{x^2 + 3x}$

(Contesta 3 de las siguientes preguntas. Cada una puntuará 2 puntos sobre el total de 10 del examen)

7. Se considera una ventana como la que se indica en la figura (La parte inferior es rectangular, la superior una semicircunferencia). El perímetro de la ventana mide 6 m. Diseña la figura de manera que la superficie de la ventana sea máxima.



8. Estudia la continuidad y la derivabilidad de :
$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{Si } x \leq -1 \\ 1-x^2 & \text{Si } -1 < x \leq 2 \\ \frac{1}{x-3} & \text{Si } x > 2 \end{cases}$$

9. Estudia la monotonía, los máximos y mínimos relativos de la función: $f(x) = x^3 - \frac{4}{3}|x|$

10. Halla los valores de a y b sabiendo que la función $f(x) = x^3 - ax + b$ es una función impar (simétrica respecto del origen) con extremos relativos en $x = \pm 1$

MODELO 13 EXAMEN DE CÁLCULO DIFERENCIAL

(Contesta 4 de las siguientes preguntas. Cada una puntuará 1 punto sobre el total de 10 del examen)

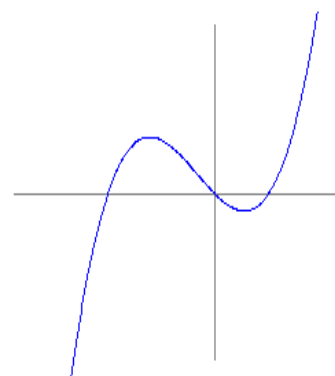
1. Estudia el dominio y las discontinuidades de la función: $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{Si } x \leq -1 \\ \frac{3x}{1-4x^2} & \text{Si } -1 < x < 0 \\ x^2 + 3x & \text{Si } x \geq 0 \end{cases}$

2. Estudia las discontinuidades de la función: $f(x) = \frac{x}{1-e^x}$

3. Razona si la siguiente frase es verdadera o falsa poniendo un ejemplo si fuese necesario:
Que la derivada de una función $f(x)$ en $x = 2$ sea 5, implica que **necesariamente** la función sea continua en $x = 2$

4. Deriva y simplifica: $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{1-x}$

5. La figura muestra la gráfica de $f(x)$. Representa la gráfica de $f'(x)$



6. Halla: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^{\operatorname{tg} x}$

(Contesta 3 de las siguientes preguntas. Cada una puntuará 2 puntos sobre el total de 10 del examen)

7. Estudia la derivabilidad de la función: $f(x) = x^2 - 2|x| + 1$ en $x = 0$ aplicando la definición de derivada.

8. Con 150 cm^2 de chapa se desea construir una lata de conservas en forma de cilindro circular recto. Determina la generatriz y el radio para que el volumen sea máximo.

9. Hay dos puntos en la curva representada por la ecuación $x^2 + y^2 - xy + 5y + 2x = 8$ en los cuales la recta tangente forma un ángulo de $+\frac{\pi}{4}$ radianes con relación al semieje X^+ . Halle la ecuación de la recta que une estos dos puntos.

10. Estudia gráficamente la función $y = \frac{(x-3)^2}{x^2}$

MODELO 14 EXAMEN DE CÁLCULO DIFERENCIAL

(Contesta 4 de las siguientes preguntas. Cada una puntuará 1 punto sobre el total de 10 del examen)

1. Halla: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg x - x}{x - \arcsen x}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$$

2. Representa una función par (simétrica respecto del eje y) que cumpla:

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = 3$$

3. Halla la expresión de la función recíproca de $f(x) = \frac{3-4x}{2x+1}$. Estudia también el dominio y el recorrido de ambas funciones.

4. Deriva logarítmicamente simplificando la expresión final lo más posible: $y = \frac{(4-x^2)\sqrt[3]{x+2}}{x-2}$

5. Razona si la siguiente frase es verdadera o falsa poniendo un ejemplo si fuese necesario:

Que la derivada de una función $f(x)$ en $x = 2$ sea 5, implica que **necesariamente** la función sea continua en el punto $(2, 5)$

6. Halla el punto de la curva $y = 6 \ln x - 2x$ en el que la recta tangente forma un ángulo de 135° con respecto al eje X

(Contesta 3 de las siguientes preguntas. Cada una puntuará 2 puntos sobre el total de 10 del examen)

7. Halla el punto de la parábola $y = x^2 + x$ más cercano al punto $P(7, 5)$

8. Estudia gráficamente $y = \frac{x^2}{\ln x}$

9. Halla los puntos de inflexión de la función: $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$

10. Sea la función $f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & \text{si } x \neq 0 \\ k & \text{si } x = 0 \end{cases}$

a) Determine razonadamente el valor del parámetro k para que la función $f(x)$ sea continua para todos los números reales

b) Estudie si esta función es derivable en $x = 0$ y en caso afirmativo halle $f'(x)$