

# XXIV Olimpiada Matemática Asturiana

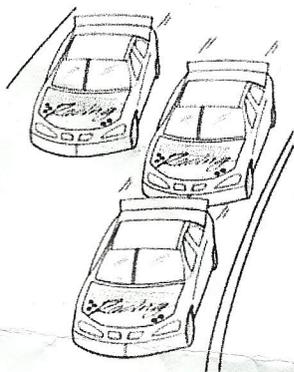
## Semifinal - INDIVIDUALES CATEGORÍA B



### 1.- UN NÚMERO QUE ES MEDIA

Obtener un número entero positivo de 4 cifras tal que si ponemos una coma entre la cifra de las centenas y las decenas resulta un número decimal que es la media aritmética de los dos números de dos dígitos que quedan a ambos lados de la coma.

### 2.- PERSECUCIÓN AUTOMOVILÍSTICA



Dos automóviles partieron al mismo tiempo de un mismo punto y en la misma dirección. La velocidad del primero es 50 Km/h y la del segundo 40 Km/h. Después de media hora y en la misma dirección parte un tercer coche que alcanza al primero una hora y media más tarde que al segundo. Hallar la velocidad del tercer automóvil.

### 3.- TRAPECIO ISÓSCELES

Sea ABCD un trapecio isósceles tal que AB es paralelo a CD (los lados no paralelos son BC y DA).

Se sabe que  $AB = 16$  y  $AD = BC = 8$ .

Además M es el punto medio de AB y  $DM = CM = 5$ . Calcular la medida del lado CD.

### 4.- TORNEO DE TENIS



Tres jugadoras: Alba, Berta y Cintia, han participado en un torneo de tenis. La regla básica de este torneo es que, tras cada partido, la jugadora que pierde deja su lugar a la que no ha jugado. Al final del torneo Alba ha disputado 10 partidos, Berta 15 y Cintia 17.  
¿Quién perdió el segundo partido?

xy, zt

2 N<sup>os</sup> de 2 cifras → media de ~~\*~~  
St, 00  
s St, 50

Ej  $\frac{26}{2} = 13,00$   
 $\frac{27}{2} = 13,50$

Vamos a ~~repetir~~ de No s 00 el decimal  
5 no 50

log zt = 50

10 + 50	30
20 + 50	<del>45</del>
30 + 50	40
40 + 50	<u>45</u>
50 + 50	<u>50</u>
60 + 50	55
...	

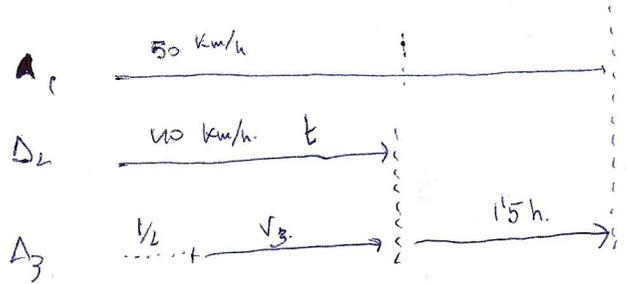
Debe empatar por 40 ó 50

	$\bar{x}$
49 + 50	49,5
50 + 50	50
51 + 50	50,5
52 + 50	51

N<sup>o</sup>s 4950 ⇒ 49,50 ⇒  $\frac{49+50}{2} = 49,50$

A<sub>2</sub> y A<sub>3</sub>

A <sub>1</sub>	50			d'	t+15
A <sub>2</sub>	40	t	d		
A <sub>3</sub>	v <sub>3</sub>	t-1/2	d	d'	t+1



1º cc. → A<sub>2</sub> y A<sub>3</sub>, recorren misma distancia (d)  
 2º cc. → A<sub>1</sub> y A<sub>3</sub>, recorren misma distancia (d')

A<sub>2</sub> → d = 40 · t  
 A<sub>3</sub> → d = v<sub>3</sub> · (t - 1/2) } 40 · t = v<sub>3</sub> (t - 1/2)

A<sub>1</sub> → d' = 50 · (t + 15)  
 A<sub>3</sub> → d' = v<sub>3</sub> · (t + 1) } 50 (t + 15) = v<sub>3</sub> (t + 1)

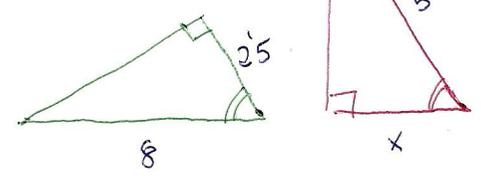
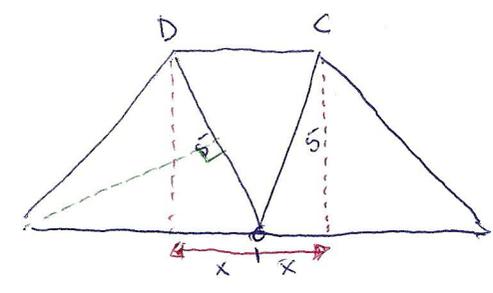
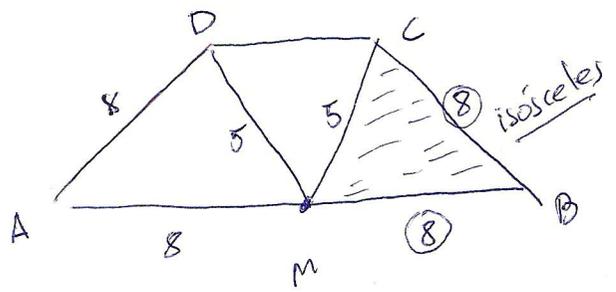
40t = v<sub>3</sub>t - 1/2 v<sub>3</sub> } 40t + 1/2 v<sub>3</sub> = v<sub>3</sub> · t  
 50t + 75 = v<sub>3</sub>t + v<sub>3</sub> } 50t - v<sub>3</sub> - 75 = v<sub>3</sub> · t

40t = v<sub>3</sub> } 40t = 50(t + 15)  
 t - 1/2 } t - 1/2 = t + 15  
 50(t + 15) = v<sub>3</sub> } 50t + 75 = v<sub>3</sub> · t

40t<sup>2</sup> + 40t = 50t<sup>2</sup> + 75t - 25t - 375  
 0 = 10t<sup>2</sup> + 10t - 375

t =  $\frac{-10 \pm \sqrt{100 + 4 \cdot 10 \cdot 375}}{20} = \frac{-10 \pm 140}{20}$  } t<sub>1</sub> = 30/20 = 15 h.  
 t<sub>2</sub> = -10

v<sub>3</sub> =  $\frac{40 \cdot 15}{15 - 0.5} = \boxed{60 \text{ km/h}}$



son semejantes (mismos ángulos)

$$\frac{8}{5} = \frac{25}{x} \Rightarrow x = 1.5625$$

$$\overline{CD} = 2 \cdot 1.5625 = \boxed{3.125}$$

A → 10  
 B → 15  
 C → 17

42 partidos jugados  
 (individualmente)

Como juega por parejas =

21 partidos disputados

2º partido puede perder

- ← A
- ← B
- ← C

si pierde A

A No juega

	1	2	3	4	5	6	7	...	20	21	
P		P		P						P	
P											
G											

= 10 partidos jugados. (máximo posible)

Si juega A  
 y pierde tres veces  
 después, ~~podría~~ jugar con B  
 No lo

Si A juega el 1º y pierde siempre → jugaría 21 partidos  
 (perdidos siempre) - luego ha jugado 10. (no es posible) ↑

Pierde A 2º partido