(1) $x =$ edad madre
$y =$ " hijo mayor
$z =$ " hijo menor

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=60 \\ y=3z \\ x=2(y+z) \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{r} x+y+z=60 \\ y-3z=0 \\ x-2y-2z=0 \end{array}\right\}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 60 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & -2 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix}} = \frac{-480}{-12} = \boxed{40} \text{ años}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 60 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix}}{-12} = \frac{-180}{-12} = \boxed{15} \text{ años}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 60 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix}}{-12} = \frac{-60}{-12} = \boxed{5} \text{ años}$$

(2) $x =$ nº contenedores tipo P
$y =$ " " " Q
$z =$ " " " R

$$\left.\begin{array}{l} 2x+5y+z=9 \\ x+y+2z=18 \\ x+2y+z=9 \end{array}\right\}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2-5=-3 \neq 0 \Rightarrow r \geq 2$$

$$|A| = 0 \Rightarrow \boxed{r=2}$$

$$A^+ = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 & 9 \\ 1 & 1 & 2 & 18 \\ 1 & 2 & 1 & 9 \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} 2 & 5 & 9 \\ 1 & 1 & 18 \\ 1 & 2 & 9 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \boxed{r^+=2}$$

S.C.I.

$$\left.\begin{array}{l} 2x+5y=9-z \\ x+y=18-2z \end{array}\right\}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 9-z & 5 \\ 18-2z & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{9-z-90+10z}{2-5} = \frac{-81+9z}{-3} = \boxed{27-3z}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 9-z \\ 1 & 18-2z \end{vmatrix}}{-3} = \frac{36-4z-9+z}{-3} = \frac{27-3z}{-3} = \boxed{z-9}$$

$$\boxed{z \in \mathbb{R}}$$

Son infinitas soluciones, pero como x, y, z representan nº de camiones, deben ser nº enteros positivos:

$x = 27-3z \longrightarrow z$ no debe ser mayor de 9 $\boxed{z \leq 9}$
$y = z-9 \longrightarrow$ " " " menos de 9 $\boxed{z \geq 9}$
$\Rightarrow \boxed{z=9}$

La solución es $\boxed{\begin{array}{l} x=0 \\ y=0 \\ z=9 \end{array}}$ Deben usarse 9 camiones tipo R, ninguno tipo P o Q.

(3) $x =$ nº monedas de $50c = 0'50€$
$y =$ " " de $m€$

$$\left.\begin{array}{l} x+y=8 \\ 0'5x+my=2'50 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x+y=8 \\ x+2my=5 \end{array}\right\}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2m \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2m \end{vmatrix} = 2m-1 \; ; \quad 2m-1=0 \to m = 1/2$$

- Si $m = 1/2 \Rightarrow \boxed{r=1}$ $\quad A^+ = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 8 \\ 1 & 5 & 5 \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = -3 \neq 0 \quad \boxed{r^+=2}$ Incompatible

Además, las monedas no eran todas iguales.

• Si $m \neq \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{r=2,\ r^+=2,\ n=2}$ S.C.D.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=8 \\ x+2my=5 \end{array}\right\} \quad x = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 1 \\ 5 & 2m \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2m \end{vmatrix}} = \boxed{\frac{16m-5}{2m-1}} \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}}{2m-1} = \boxed{\frac{-3}{2m-1}}$$

Hay infinitas soluciones, barajando distintos valores reales de m ($m \neq \frac{1}{2}$).
Pero en la realidad sólo tenemos seis valores de monedas de euros:

$m = 5c = 0'05$ € $\Rightarrow$ $x = \cancel{4'6}$ $\quad y = \cancel{3'3}$ $\quad$ x, y deben ser enteros

$m = 10c = 0'1$ € $\Rightarrow$ $x = \cancel{4'25}$ $\quad y = \cancel{3'75}$ $\quad$ " " " "

$m = 20c = 0'2$ € $\Rightarrow$ $\boxed{x=3 \qquad y=5}$

$m = \cancel{50c}$

$m = 1$€ $\Rightarrow$ $x = 11$ $\quad y = \cancel{-3}$ $\quad$ x, y deben ser enteros positivos

$m = 2$€ $\Rightarrow$ $x = 9$ $\quad y = \cancel{-1}$ $\quad$ " " " " "

En definitiva, podemos asegurar que se trataban de 3 monedas de 50c y 5 monedas de 20c.

(4) x = nº unidades de TV compradas
y = " " " DVD "
z = " " " ordenadores "

$$\left.\begin{array}{l} mz = 60 + 400x + 60y \\ x = y \\ y = z+2 \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{rl} -400x - 60y + mz &= 60 \\ x - y &= 0 \\ y - z &= 2 \end{array}\right\}$$

$$A = \begin{pmatrix} -400 & -60 & m \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \Rightarrow r \geq 2$$

$$\begin{vmatrix} -400 & -60 & m \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -400 + m - 60 = m - 460$$

• Si $m \neq 460 \Rightarrow \boxed{r=3,\ r^+=3,\ n=3}$ S.C.D.

• Si $m = 460 \rightarrow A^+ = \begin{pmatrix} -400 & -60 & m & 60 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ $\quad \begin{vmatrix} -400 & 60 & 60 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 800 + 60 - 120 = 740 \neq 0 \Downarrow \boxed{\begin{array}{l} r=2 \\ r^+=3 \end{array}}$

S. Incompatible.

a) Sabemos que cada ordenador no costó 460 €

b) Para cada valor de $m \neq 460$ obtenemos una única solución.

c) $m = 460 \longrightarrow$ $x = \dfrac{\begin{vmatrix} 60 & -60 & 600 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -400 & -60 & 600 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}} = \dfrac{1260}{140} = \boxed{9} \Rightarrow \boxed{y=9} \Rightarrow \boxed{z=7}$

Ha comprado 9 TV, 9 DVD y 7 ordenadores.

(5) x = nº de tornillos (25 g cada uno)
y = " " tuercas (m g " ")

$$\left.\begin{array}{l} 25x + my = 6000 \\ x + y = 240 \end{array}\right\}$$

$$A = \begin{pmatrix} 25 & m \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad |A| = 25 - m$$

• Si $m = 25 \rightarrow \boxed{r=1}$ $\quad A^+ = \begin{pmatrix} 25 & 25 & 6000 \\ 1 & 1 & 240 \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} 25 & 6000 \\ 1 & 240 \end{vmatrix} = 0 \quad \boxed{r^+ = 1}$ S.C.I.

• Si $m \neq 25 \rightarrow \boxed{r=2,\ r^+=2,\ n=2}$ S.C.D.

a) No podemos asegurar lo que pesa cada tuerca, hay infinitas soluciones

b) Tampoco podemos saber cuánto <u>no</u> pesa cada tuerca, siempre hay solución.

c) $m = 15$ g :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 6000 & 15 \\ 240 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 25 & 15 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{2400}{10} = 240 \text{ tornillos}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 25 & 6000 \\ 1 & 240 \end{vmatrix}}{10} = 0 \text{ tuercas.}$$

d) $m \neq 25$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 6000 & m \\ 240 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 25 & m \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{6000 - 240m}{25 - m} = \frac{240\cancel{(25-m)}}{\cancel{25-m}} = 240 \text{ tornillos}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 25 & 6000 \\ 1 & 240 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 25 & m \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = 0 \text{ tuercas.}$$

(6)

$$\left.\begin{array}{l} 6x - 2y + z = 7 \\ 3x - y + 3z = 1 \\ 3x - y + 8z = -4 \end{array}\right\}$$

a) $M = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & 8 \end{pmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 15 \neq 0 \Rightarrow r \geq 2$

$$\begin{vmatrix} 6 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & 8 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \boxed{r=2}$$

$$M^+ = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 1 & 7 \\ 3 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 8 & -4 \end{pmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 6 & 1 & 7 \\ 3 & 3 & 1 \\ 3 & 8 & -4 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \boxed{r^+ = 2}$$

$n = 3$ $\Rightarrow$ S.C.I.

$$\left.\begin{array}{l} 6x + z = 7 + 2y \\ 3x + 3z = 1 + y \end{array}\right\} \qquad x = \frac{\begin{vmatrix} 7+2y & 1 \\ 1+y & 3 \end{vmatrix}}{15} = \frac{21 + 6y - 1 - y}{15} = \frac{20 + 5y}{15} = \boxed{\frac{4+y}{3}}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 7+2y \\ 3 & 1+y \end{vmatrix}}{15} = \frac{6 + 6y - 21 - 6y}{15} = \boxed{-1}$$

b) $x + y + z = 3 \Rightarrow \frac{4+y}{3} + y - 1 = 3$; $4 + y + 3y - 3 = 9$; $4y = 8$; $y = 2 \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x = 2 \\ y = 2 \\ z = -1 \end{array}}$

NOTA: Este apartado equivaldría a solucionar el sistema siguiente:

$$\left.\begin{array}{l} 6x - 2y + z = 7 \\ 3x - y + 3z = 1 \\ 3x - y + 8z = -4 \\ x + y + z = 3 \end{array}\right\}$$

7

x = edad padre
y = hijo mayor
z = edad hijo menor

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=73 \\ x+10=2(z+10) \\ y-12=2(z-12) \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=73 \\ x \quad -2z=10 \\ y-2z=-12 \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x=40 \\ y=18 \\ z=15 \end{array}}$$

8 Número = $\boxed{abc}$

$$\left.\begin{array}{l} a+b+c=7 \\ a=b+2c \\ (100a+10b+c)-(100c+10b+a)=297 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} a+b+c=7 \\ a-b-2c=0 \\ 99a \quad -99z=297 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left.\begin{array}{l} a+b+c=7 \\ a-b-2c=0 \\ a \quad -c=3 \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{\begin{array}{l} a=4 \\ b=2 \\ c=1 \end{array}} \qquad \boxed{\text{Es el } 421}$$

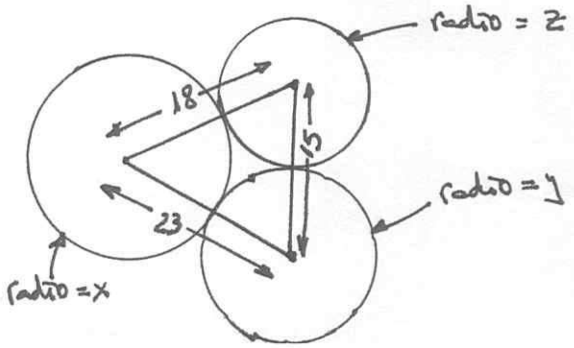
9 $y=ax^2+bx+c$

$$\left.\begin{array}{l} P(0,0) \Rightarrow 0=c \\ P(1,1) \Rightarrow 1=a+b+c \\ P(-2,8) \Rightarrow 8=4a-2b+c \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{\begin{array}{l} a=-1 \\ b=2 \\ c=0 \end{array}} \rightarrow \boxed{y=-x^2+2x}$$

10 x = litros de vino caro
y = " " " barato

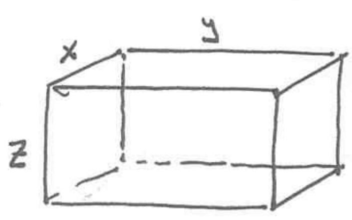
$$\left.\begin{array}{l} x+y=300 \\ 55x+40y=45\cdot 300 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=300 \\ 11x+8y=2700 \end{array}\right\} \quad \boxed{\begin{array}{l} x=100 \text{ litros} \\ y=200 \text{ litros} \end{array}}$$

11



$$\left.\begin{array}{l} x+y=23 \\ x+z=18 \\ y+z=15 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x=13 \text{ cm} \\ y=10 \text{ cm} \\ z=5 \text{ cm} \end{array}}$$

12



$$\left.\begin{array}{l} 2x+2z=54 \\ 2x+2y=80 \\ 2y+2z=98 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x \quad +z=27 \\ x+y \quad =40 \\ y+z=49 \end{array}\right\}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x=9 \text{ cm} \\ y=31 \text{ cm} \\ z=18 \text{ cm} \end{array}}$$