

# MATEMÁTICAS 1º BACHILLERATO INTERNACIONAL NIVEL MEDIO - Serie 1: Números Reales

Expresa los resultados redondeados en la forma que se indique y, si procede, con la unidades de medida adecuadas.

- Explica qué caracteriza a todos los números racionales. Basándote en ello, juzga como verdadera o falsa cada una de las siguientes afirmaciones, justificando la respuesta:
  - Todo número entero es racional.
  - Hay números racionales que no son reales.
  - El número  $\pi = \frac{\text{longitud de la circunferencia}}{\text{diámetro de la circunferencia}}$  es racional, pues se obtiene de un cociente.
  - Hay números que son racionales e irracionales simultáneamente.
- Clasifica los siguientes números, dando el conjunto menos extenso al que pertenecen:
$$2'8383\dots, -\frac{3}{4}, \sqrt{5}, \sqrt[4]{81}, \sqrt[3]{-8} + 1, \frac{\pi}{4}, -\frac{8}{4}, 3'25, 1'020020002\dots, (\sqrt{5} + 1) \cdot (\sqrt{5} - 1)$$
- Razona, con ejemplos, la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones:
  - La suma de dos números irracionales es siempre un número irracional.
  - El producto de dos números irracionales es siempre un número irracional.
- Redondea a centésimas  $13/6$  y calcula el error relativo cometido.
- Queremos comparar dos telémetros de tecnología láser y para ello hemos hecho dos mediciones de las que conocíamos de antemano el valor exacto. Al medir la altura de un edificio, el primer telémetro obtuvo 14,48 m. siendo el valor real de 14,39 m. mientras que el segundo telémetro estimó en 7,85 m. la longitud de un pasillo que medía en realidad de 7,92 m.
  - Calcula el error absoluto y el error relativo de cada medición.
  - ¿Qué telémetro parece más preciso? ¿Por qué?
- En un plano se indica que la longitud de un perfil es de 2,318 mm. Acota el error absoluto y el error relativo cometidos.
- Escribe mediante intervalos y representa gráficamente los números que verifican las siguientes desigualdades:
  - $-3 \leq x \leq 2$
  - $5 < x$
  - $-2 \leq x < \frac{3}{2}$
  - $-2 \leq x$
  - $x < 3$  ó  $x \geq 5$
- Representa gráficamente los siguientes conjuntos:  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\}$   $B = (-3, 2]$   $C = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x\}$  y escribe en forma de intervalo el resultado de:  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cap C$ ,  $A \cup C$ ,  $A \cap B \cap C$
- Haz las siguientes operaciones utilizando la calculadora dando el resultado en la forma que se indique:
  - $\left(\frac{3}{5} - 2\right)^{-1} : \frac{5^2}{6} + \frac{1}{7}$  en forma de fracción irreducible.
  - $\sqrt[3]{7 \cdot \sqrt{3}} + 8^4$  en notación científica con tres cifras decimales.
  - $\frac{\log^3(1,2)}{\ln(1,2^3)}$  en forma de número decimal redondeado con tres cifras decimales.
  - $(4,60 \cdot 10^6) + (5,34 \cdot 10^4) : (1,02 \cdot 10^{-2})$  en notación científica con dos cifras decimales
- El átomo de hidrogeno tiene una masa de  $1,670 \cdot 10^{-24}$  g. Suponiendo que el Sol estuviese compuesto de  $1,191 \cdot 10^{57}$  átomos de hidrogeno, estima la masa del sol. Expresa el resultado en kilogramos y con notación científica con tres decimales.
- Se calcula que en la Vía Láctea hay aproximadamente  $1,2 \cdot 10^{11}$  estrellas. ¿Cuántos años le tomaría a una persona contar las estrellas si cuenta una por segundo? (Exprésalo en notación científica con tres cifras decimales)
- Sabiendo que la velocidad de la luz es de 299 792 458 metros por segundo, calcula cuántos kilómetros recorre la luz en un año de 365 días (a este resultado se le conoce como año-luz). Expresa el resultado en notación científica con dos decimales.
- Restando sus fracciones generatrices, calcula el resultado de la siguiente resta  $5'21\widehat{3} - 3'8\widehat{7}$  dado el resultado en forma de fracción irreducible y como un número periódico.
- Escribe los siguientes números en forma de potencia de un número primo:  $81, 0'5, \frac{1}{25}, \sqrt[3]{9}, \frac{1}{\sqrt[2]{8}}$

15. Escribe en forma de un único radical: a)  $\sqrt{5} + \sqrt{45} + \sqrt{180} - \sqrt{80}$  b)  $\sqrt[3]{-54} + 2 \cdot \sqrt[3]{16}$
16. Simplifica: a)  $\sqrt[6]{27}$  b)  $\sqrt[6]{125}$  c)  $\frac{3\sqrt{512} + 5\sqrt{32}}{\sqrt{50} - \sqrt{18}}$
17. Pon los siguientes radicales a común índice:  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt[5]{2^3}$ ,  $\sqrt[15]{7^2}$
18. Me piden calcular la raíz cuadrada de 4'25. Calculando mentalmente las raíces cuadradas de 4 y 0'25 deduzco que el resultado debe ser 2'5. ¿Es esto correcto? Explica tu respuesta.
19. Simplifica escribiendo los resultados en forma de potencia de un número primo: a)  $\frac{\sqrt{27} \cdot \sqrt[5]{81}}{3^5 \cdot (\sqrt[3]{3})^4 \cdot 9^{-2}}$  b)  $\frac{2^{\frac{3}{2}} \cdot 8^0 \cdot 4^{\frac{1}{3}}}{2^{-1} \cdot \sqrt[3]{2}}$
20. Racionaliza y simplifica: a)  $\frac{3}{\sqrt{6}}$  b)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$  c)  $\sqrt{\frac{5}{2}}$  d)  $\frac{6}{\sqrt[3]{2}}$  e)  $\frac{2}{1-\sqrt{3}}$  f)  $\frac{9}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$
21. Simplifica la siguiente operación racionalizando el resultado:  $\sqrt{\frac{5}{12}} - \sqrt{\frac{10}{6}}$
22. Halla los números enteros a, b para que:  $\sqrt[4]{9} + \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{4}{27}} = \frac{a\sqrt{3}}{b}$
23. La medida en decibelios de un sonido viene dada por la expresión  $B = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$  siendo I la intensidad del sonido medido en wátios/m<sup>2</sup>
- a) ¿Cuántos decibelios suponen un susurro de  $10^{-9} \text{ w/m}^2$  de intensidad?
- b) ¿Qué intensidad tiene el ruido del motor de un avión (110 decibelios)?
24. La magnitud M de un terremoto según la escala de Richter y la energía E (medida en julios) liberada en él están relacionadas por la expresión
- $$M = \frac{2}{3} \cdot \log\left(\frac{E}{2,5 \cdot 10^4}\right)$$
- a) ¿Qué magnitud tendría un terremoto que liberase 3 millones de julios?
- b) ¿Qué energía liberó el terremoto de San Francisco de 1906, cuya magnitud fue de 8,25 según la escala de Richter? Expresa el resultado en notación científica con dos decimales.
25. Halla x en: a)  $x = \log_2\left(\frac{1}{64}\right)$  b)  $4 = \log_x(81)$  c)  $-2 = \log_5 x$  d)  $\log_a 4 + 2 \log_a 3 - \frac{1}{2} \log_a 9 = \log_a x$
26. Resuelve sin calculadora: a)  $3^x = 6561$  b)  $2^x = 0,25$  c)  $2^{3x+2} = 1024$  d)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 81$
27. Resuelve con calculadora dando el resultado con 3 cifras decimales significativas:
- a)  $3^x = 6000$  b)  $2^x = 0,3$  c)  $2^{3x+2} = 1000$  d)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 100$
28. Resuelve: a)  $5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$  b)  $9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81 = 0$  c)  $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$
29. Resuelve: a)  $\log_x 9 = 2$  b)  $\log_2 x = 3$  c)  $\log x = -1$  d)  $\log_8 2 = x$
30. Resuelve: a)  $\log x + \log 50 = \log 1000$  b)  $\log x - \log(22 - x) = 1$  c)  $\log x^3 = \log 6 + 2 \log x$
31. Simplifica: a)  $10^{\log_{10} x}$  b)  $\log_{10}(10^x)$  c)  $e^{\ln x}$  d)  $\ln(e^x)$  e)  $2^{3 \log_2 x}$