Serie 2: Potencias y Radicales - Soluciones

1. Escribe numéricamente lo que se pide:

Una potencia de base 2 y exponente 3	2^3	Un radical de índice 4 y radicando 5	$\sqrt[4]{5}$
Un radical de índice 6 y cuyo radicando sea una potencia de base 6 y exponente 7			$\sqrt[6]{6^7}$

2. Redacta al lado de cada simplificación la propiedad de las potencias o radicales que se esté aplicando:

$2^5 \cdot 2^3 = 2^8$	Para multiplicar dos potencias con la misma base, se pone dicha base y se suman los exponentes.
$(2^5)^3 = 2^{15}$	Para elevar una potencia a otro exponente, se pone la misma base y se multiplican los exponentes.
$2^5 \cdot 3^5 = 6^5$	Para multiplicar dos potencias con el mismo exponente, se multiplican las bases y se eleva al exponente común.
$\sqrt[3]{10} : \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{5}$	La raíz, con cualquier índice, de un cociente de dos números es igual al cociente de sus raíces.
$\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[12]{2}$	Para hacer la raíz de una raíz, se pone el mismo radicando y se multiplican los índices.

3. Pon un ejemplo que aplique cada propiedad de las potencias o radicales que están redactadas:

$2^9 : 2^3 = 2^6$	Para dividir dos potencias que tengan la misma base, se pone dicha base y se restan sus exponentes.
$6^5 : 3^5 = 2^5$	Para dividir dos potencias que tengan el mismo exponente, se eleva el cociente de las bases al exponente común.
$\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{20}$	La raíz, con cualquier índice, de un producto de números es igual al producto de sus raíces con ese mismo índice.
$\sqrt[6]{4^7} = \left(\sqrt[6]{4}\right)^7$	La raíz de una potencia es igual a raíz de su base elevada al exponente.

4. Sin calculadora, escribe como número entero o fracción, según proceda, el resultado de las siguientes potencias/raíces:

$4^5 =$ 1024	$27^{1/3} =$ 3	$\sqrt{14400} =$ 120
$2^{-2} =$ 1/4	$4^{-1/2} =$ 1/2	$\sqrt[3]{-125} =$ -5
$7^0 =$ 1	$9^{3/2} =$ 27	$\sqrt{16+9} =$ 5

5. Opera con las siguientes potencias dando el resultado como potencia de un número primo:

$4^5 \cdot 2^3 : 8^2 = 2^{10} \cdot 2^3 : 2^6 = 2^7$

$3^{-2} \cdot (9^3 : 3^2) = 3^{-2} \cdot (3^6 : 3^2) = 3^{-2} \cdot 3^4 = 3^2$

$(5^2)^{-2} : 25^3 \cdot 5^{-1} = 5^{-4} : 5^6 \cdot 5^{-1} = 5^{-10} \cdot 5^{-1} = 5^{-11}$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 : 8^{-2} : \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \left(2^{-1}\right)^5 : \left(2^3\right)^{-2} : \left(2^{-2}\right)^3 =$$
$$= 2^{-5} : 2^{-6} : 2^{-6} = 2^1 : 2^{-6} = 2^7$$

6. Introduce los factores enteros en los radicales dando el resultado en forma de un único radical:

$3 \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3^2 \cdot 12} = \sqrt{108}$

$2 \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} = \sqrt[3]{40}$

7. Simplifica extrayendo factores:

$\sqrt{972} = \sqrt{2^2 \cdot 3^5} = 2 \cdot 3^2 \cdot \sqrt{3} = 18\sqrt{3}$

$\sqrt[3]{20736} = \sqrt[3]{2^8 \cdot 3^4} = 2^2 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{2^2 \cdot 3} = 12 \cdot \sqrt[3]{12}$

8. Haz las siguientes operaciones dando el resultado en forma de un único radical simplificado:

$\sqrt{12}\cdot\sqrt{5}:\sqrt{3}=\mathbf{\sqrt{12\cdot 5:3}=\sqrt{20}}$
$\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[4]{5}=\mathbf{\sqrt[12]{3^6}\cdot\sqrt[12]{4^4}\cdot\sqrt[12]{5^3}=\sqrt[12]{3^6\cdot 4^4\cdot 5^3}=\sqrt[12]{23328000}}$
$\left(\sqrt{3}\right)^2\cdot\sqrt[3]{9}=3\cdot\sqrt[3]{3^2}=\sqrt[3]{3^3\cdot 3^2}=\sqrt[3]{3^5}=\sqrt[3]{243}$
$\left(\sqrt[4]{\sqrt[3]{16}}\right)^2=\left(\sqrt[12]{16}\right)^2=\sqrt[12]{16^2}=\sqrt[12]{\left(2^4\right)^2}=\sqrt[12]{2^8}=\sqrt[3]{2^2}=\sqrt[3]{4}$

9. Opera de manera que la expresión final contenga un único radical:

$\sqrt[3]{10}\cdot\sqrt{20}=\mathbf{\sqrt[6]{10^2}\cdot\sqrt[6]{20^3}=\sqrt[6]{10^2\cdot 20^3}=\sqrt[6]{2^8\cdot 5^5}=\sqrt[6]{800000}}$
$\sqrt[3]{12}:\sqrt[4]{6}=\sqrt[12]{12^4}:\sqrt[12]{6^3}=\sqrt[12]{12^4:6^3}=\sqrt[12]{\dfrac{2^8\cdot 3^4}{2^3\cdot 3^3}}=\sqrt[12]{2^5\cdot 3}=\sqrt[12]{69}$

10. Opera dando el resultado en forma de un único radical:

$2\cdot\sqrt{12}+5\cdot\sqrt{3}+\sqrt{27}=2\cdot 2\cdot\sqrt{3}+5\cdot\sqrt{3}+3\cdot\sqrt{3}=12\cdot\sqrt{3}=\sqrt{432}$

11. Racionaliza simplificando lo más posible el denominador:

$\dfrac{6}{\sqrt{2}}=\dfrac{6\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\dfrac{6\cdot\sqrt{2}}{2}=3\cdot\sqrt{2}$	$\dfrac{10}{\sqrt[3]{25}}=\dfrac{10}{\sqrt[3]{5^2}}=\dfrac{10\cdot\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5^2}\cdot\sqrt[3]{5}}=\dfrac{10\cdot\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5^3}}=\dfrac{10\cdot\sqrt[3]{5}}{5}=2\cdot\sqrt[3]{5}$
$\dfrac{6}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}=\dfrac{6\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}=\dfrac{6\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{6}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\dfrac{6\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}{6-2}=\dfrac{6\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}{4}=\dfrac{3\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}{2}$	
$\dfrac{\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}\left(3-\sqrt{2}\right)}{\left(3+\sqrt{2}\right)\left(3-\sqrt{2}\right)}=\dfrac{3\sqrt{2}-2}{3^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\dfrac{3\sqrt{2}-2}{9-2}=\dfrac{3\sqrt{2}-2}{7}$	

12. Las siguientes operaciones **<u>están todas mal resueltas</u>**, explica el error y ofrece una respuesta correcta:

$\mathbf{(5-3)^2=5^2-3^2=25-9=16}$	El cuadrado de una resta **no** es igual a la resta de cuadrados. Sería: $(5-3)^2=2^2=4$ O también: $(5-3)^2=5^2-2\cdot 5\cdot 3+3^2=25-30+9=4$
$\mathbf{\sqrt{25+9}=5+3=8}$	La raíz de una suma **no** es igual a la suma de raíces. Sería: $\sqrt{25+9}=\sqrt{34}$
$\mathbf{\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{10}}$	La suma de raíces **no** es igual a la raíz de una suma. Normalmente, una suma de raíces no se puede escribir suma de otra forma, pero en este caso, sí. Sería: $\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}=\sqrt{18}$
$\mathbf{\dfrac{6}{\sqrt{3}}=\left(\dfrac{6}{\sqrt{3}}\right)^2=\dfrac{36}{3}=12}$	Una fracción **no** es igual a la se obtiene elevando al cuadrado tanto su numerador como su denominador. Si se quiere racionalizar la fracción se haría así: $\dfrac{6}{\sqrt{3}}=\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}=\sqrt{12}$