

Serie 3. Polinomios, fracciones algebraicas, ecuaciones, sistemas e inecuaciones.

1. Escribe el cociente y el resto de las siguientes divisiones:
a) $(x^5 + 7x^3 - 5x + 1) : (x^3 + 2x)$ **b)** $(-2x^4 + 5x^2 - x + 4) : (x^2 - 3x)$ **c)** $(-x^4 + 2x^3 - 3x + 1) : (x + 1)$
2. Calcula el valor de k para que en la división $(4x^3 - kx^2 + 2x - 7) : (x + 2)$ el resto sea 1
3. Escribe un polinomio de tercer grado que tenga 2, 1 y -1 como raíces y que el coeficiente del término con mayor exponente de x sea 2.
4. Escribe la ecuación de segundo grado más sencilla cuyas soluciones sean 3 y -1
5. Utilizando procedimientos rápidos: identidades notables, factor común etc, factoriza las siguientes expresiones polinómicas:
a) $x^2 - 4$ **b)** $9x^2 - 4$ **c)** $4x^4 - x^2$ **d)** $12x - 3x^3$
e) $x^2 + 2x + 1$ **f)** $x^2 - 4x + 4$ **g)** $9x^2 - 6x + 1$ **h)** $12x^3 + 12x^2 + 3x$
6. Descomponer en factores las siguientes expresiones polinómicas:
a) $x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 8x - 4$ **b)** $2x^5 - 6x^3 - 4x^2$
7. Resuelve: **a)** $x^3 - 12x^2 + 41x - 30 = 0$ **b)** $x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12 = 0$
8. Desarrolla mediante el binomio de Newton: **a)** $(2x + 1)^5$ **b)** $(1 - 3x)^4$ **c)** $(\sqrt{2} - 1)^3$
9. Opera y simplifica:
a) $\frac{x+2}{x^2-9} \cdot \frac{2x+6}{3x+6} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1-x}{x-3}$ **b)** $6 \cdot \frac{1}{1-x} - x \cdot \frac{1}{x^2-x}$ **c)** $\frac{4}{3x^2-3x-18} - \frac{3}{2x+4}$
10. Resuelve: **a)** $\frac{3}{4}(2x-4) = x-5$ **b)** $\frac{x-1}{4} - \frac{x-5}{36} = \frac{x+5}{9}$ **c)** $6\left[\frac{1}{8} - \frac{2x-3}{16}\right] - \frac{9}{4}x = \frac{9x-6}{8}$
11. Resuelve: **a)** $3x^2 + 2x = 0$ **b)** $5x^2 - 20 = 0$ **c)** $9x - 3x^2 = -30$ **d)** $(5x-4)(2x+3) = 5$
12. Resuelve:
a) $\frac{2-x}{2} + \frac{4}{x+2} = 1$ **b)** $\frac{(x-1)(x-2)}{2} = 1 - \frac{x(2-x)}{3}$ **c)** $\frac{(x+1)^2}{2} - \frac{x+1}{4} = 9$ **d)** $x - \frac{9}{x} = \frac{3}{x} - 1$
13. Resuelve: **a)** $x^4 - 9x^2 = 0$ **b)** $x^4 = 13x^2 - 36$ **c)** $x^2 + 1 = \frac{1}{x^2}$
14. Resuelve: **a)** $3 \cdot \sqrt{x-1} + 4 = 2x$ **b)** $\sqrt{x+5} + \sqrt{x+2} = 3$ **c)** $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x} = 1$
15. Resuelve: **a)** $\begin{cases} 2x+3y=3 \\ 5x+7y=8 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x+\frac{6}{y}=2 \\ 3x-y=-5 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x^2+y=3 \\ 2x-y=5 \end{cases}$
16. Sea $P(x) = x^2 + bx + c$ un polinomio de segundo grado del que se sabe que una de sus raíces es $x = -2$ y que $P(-1) = -4$
17. Resuelve por el método de Gauss explicando simbólicamente lo realizado en cada paso:
$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 6 \\ x - y + 3z = 4 \\ -3x + z = -8 \end{cases}$$
18. Resuelve: **a)** $\frac{1}{3}(2-x) \leq x+2$ **b)** $\begin{cases} 1 - \frac{x-3}{2} > x-5 \\ 3x-2 \geq 4 - (2-x) \end{cases}$ **c)** $x^2 - 4x - 12 > 0$ **d)** $\frac{x+2}{2x-6} \leq 0$