

**Serie 6 - Trigonometría - Soluciones**

**1. Convierte los siguientes ángulos de grados a radianes (en función de  $\pi$ ) y de radianes a grados, minutos y segundos**

$45^\circ = \pi/4 \text{ rad}$	$120^\circ = 2\pi/3 \text{ rad}$	$200^\circ = 10\pi/9 \text{ rad}$	$330^\circ = 11\pi/6 \text{ rad}$	$1000^\circ = 50\pi/9 \text{ rad}$
$5\pi/3 \text{ rad} = 300^\circ$	$5\pi/4 \text{ rad} = 225^\circ$	$6\pi/4 \text{ rad} = 270^\circ$	$3\pi \text{ rad} = 540^\circ$	$2 \text{ rad} = 114^\circ 35' 29''$

**2. Expresa los siguientes ángulos resultantes de  $360^\circ$  como suma de un número entero de vueltas más un ángulo menor de  $360^\circ$**

$745^\circ = 25^\circ + 2 \cdot 360^\circ$	$1200^\circ = 120^\circ + 3 \cdot 360^\circ$	$3456^\circ = 216^\circ + 9 \cdot 360^\circ$
--	--	--

**3. Sin usar la calculadora y empleando exclusivamente las identidades trigonométricas, halla las otras dos razones expresándolas en forma de fracción irreducible:**

$\text{sen } \alpha = \frac{5}{13}$ $\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \left(\frac{5}{13}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow$ $\rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{25}{169} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{144}{169} \rightarrow$ $\rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{12}{13}$ $\text{tg } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha} = \frac{5/13}{\pm 12/13} = \pm \frac{5}{12}$	$\text{sen } \alpha = -\frac{7}{25}$ $\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \left(\frac{-7}{25}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow$ $\rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{49}{625} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{576}{625} \rightarrow$ $\rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{24}{25}$ $\text{tg } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-7/25}{\pm 24/25} = \mp \frac{7}{24}$
$\cos \alpha = \frac{8}{17}$ $\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \text{sen}^2 \alpha + \left(\frac{8}{17}\right)^2 = 1 \rightarrow$ $\rightarrow \text{sen}^2 \alpha = 1 - \frac{64}{289} \rightarrow \text{sen}^2 \alpha = \frac{225}{289} \rightarrow$ $\rightarrow \text{sen } \alpha = \pm \frac{15}{17}$ $\text{tg } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\pm 15/17}{8/17} = \pm \frac{15}{8}$	$\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ $\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \text{sen}^2 \alpha + \left(\frac{-3}{5}\right)^2 = 1 \rightarrow$ $\rightarrow \text{sen}^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} \rightarrow \text{sen}^2 \alpha = \frac{16}{25} \rightarrow$ $\rightarrow \text{sen } \alpha = \pm \frac{4}{5}$ $\text{tg } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\pm 4/5}{-3/5} = \mp \frac{4}{3}$
$\text{tg } \alpha = \frac{40}{9}$ $\text{tg}^2 \alpha + 1 = 1/\cos^2 \alpha \rightarrow \left(\frac{40}{9}\right)^2 + 1 = 1/\cos^2 \alpha \rightarrow$ $\rightarrow \frac{1600}{81} + 1 = 1/\cos^2 \alpha \rightarrow \frac{1681}{81} = 1/\cos^2 \alpha \rightarrow$ $\rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{81}{1681} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{9}{41}$ $\text{sen } \alpha = \text{tg } \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{40}{9} \cdot \frac{\pm 9}{41} = \pm \frac{40}{41}$	$\text{tg } \alpha = -\frac{21}{20}$ $\text{tg}^2 \alpha + 1 = 1/\cos^2 \alpha \rightarrow \left(\frac{-21}{20}\right)^2 + 1 = 1/\cos^2 \alpha \rightarrow$ $\rightarrow \frac{441}{400} + 1 = 1/\cos^2 \alpha \rightarrow \frac{841}{400} = 1/\cos^2 \alpha \rightarrow$ $\rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{400}{841} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{20}{29}$ $\text{sen } \alpha = \text{tg } \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{-21}{20} \cdot \frac{\pm 20}{29} = \mp \frac{21}{29}$

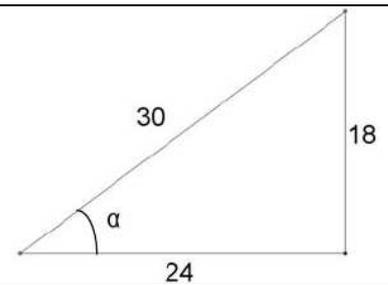
4. Halla las tres razones trigonométricas del ángulo agudo de menor amplitud del triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 30 cm y uno de sus catetos 24 cm. (Dibuja el triángulo rectángulo, señala el ángulo agudo de menor amplitud y expresa las razones trigonométricas en forma de fracción irreducible):

b) 30 cm y 24 cm

Aplicando el Teorema de Pitágoras se calcula el valor del cateto desconocido:

$$h^2 = c_1^2 + c_2^2 \rightarrow 30^2 - 24^2 = c_2^2 \rightarrow 324 = c_2^2 \rightarrow c_2 = 18 \text{ cm}$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{18}{30} = \frac{3}{5} ; \text{cos } \alpha = \frac{24}{30} = \frac{4}{5} ; \text{tg } \alpha = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$



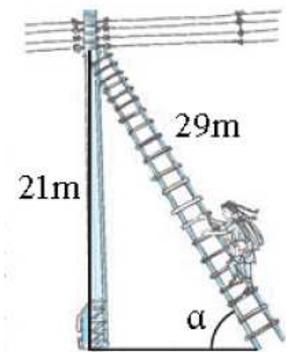
5. Si un técnico dispone de una escalera de 29 metros y los cables que tiene que reparar están a una altura de 21 metros, ¿con qué ángulo de inclinación deberá colocar la escalera para alcanzarlos? Escribe el resultado en grados redondeados.

$$\text{sen } \alpha = \frac{21}{29} = 0,7241$$

$$\alpha = \text{sen}^{-1} \alpha = 46,3940^\circ$$

$$\alpha = 46^\circ 23' 38''$$

El técnico ha de colocar la escalera con un ángulo de  $46^\circ 23' 38''$

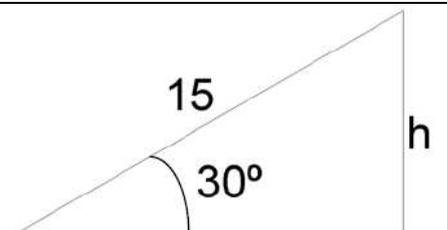


6. Una cometa está sujeta al suelo con una cuerda de 15 metros de largo que forma, con el suelo, un ángulo de  $30^\circ$ . Si la cuerda está tirante ¿a qué altura del suelo vuela la cometa?

$$\text{sen } \alpha = \frac{h}{15} \rightarrow \text{sen } 30^\circ = \frac{h}{15}$$

$$h = 15 \cdot \text{sen } 30^\circ = 15 \cdot \frac{1}{2} = 7,5 \text{ m}$$

La cometa vuela a una altura de 7,5 m sobre el suelo



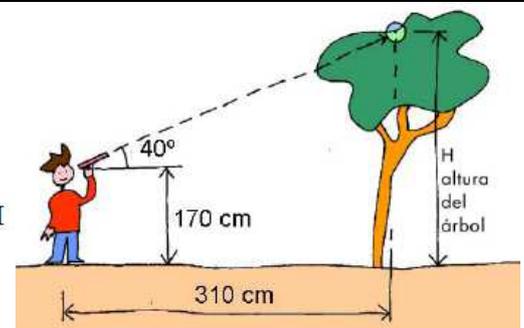
7. Una persona observa la copa de un árbol con un ángulo de elevación de  $40^\circ$ . Si la persona, de 170 cm de altura, se encuentra a una distancia de 310 cm del árbol ¿Qué altura total tiene el árbol observado?

El cateto opuesto al ángulo de  $40^\circ$  es igual a la altura total del árbol (H) menos la altura de la persona, luego la tangente del ángulo de  $40^\circ$  será igual a:

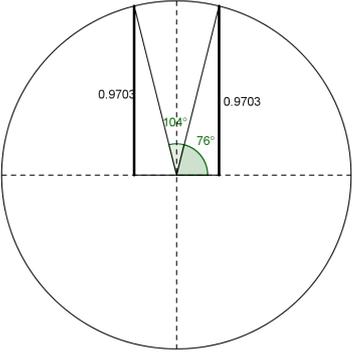
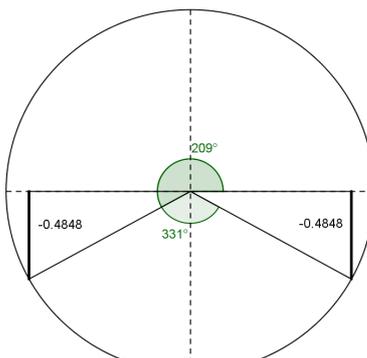
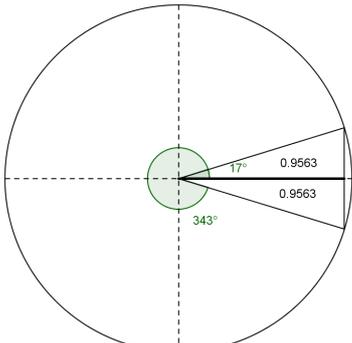
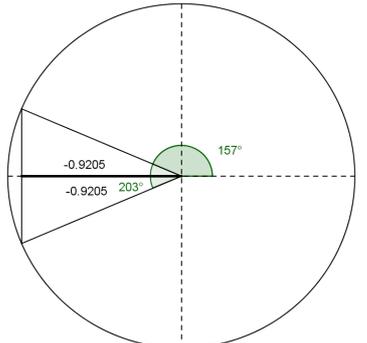
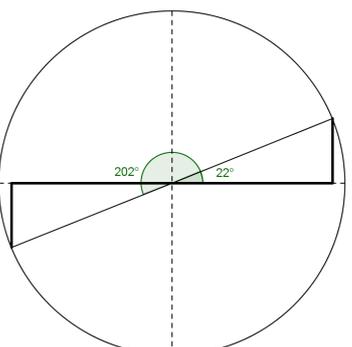
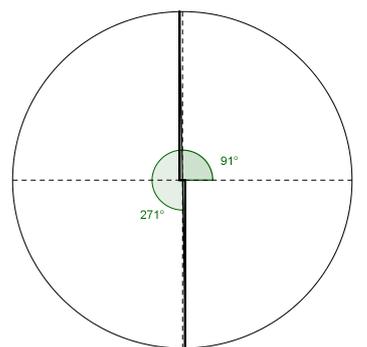
$$\text{tg } 40^\circ = \frac{(H - 170)}{310} \rightarrow 310 \cdot \text{tg } 40^\circ = H - 170 \rightarrow (310 \cdot \text{tg } 40^\circ) + 170 = H$$

$$H = 430,1209 \text{ cm} \approx 430 \text{ cm}$$

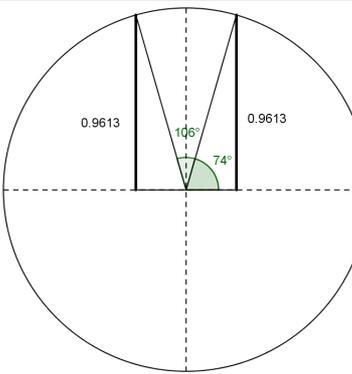
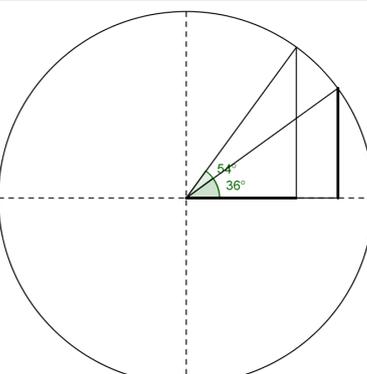
La altura total del árbol es de 4,30 m



**8.** Utilizando la calculadora, halla, redondeados a grados, dos ángulos positivos menores de  $360^\circ$  que tengan la razón indicada y sitúalos aproximadamente sobre la circunferencia goniométrica:

<p><math>\text{sen } \alpha = 0,9703</math></p> <p><math>\text{sen}^{-1} 0,9703 = 76^\circ</math></p> <p><math>\alpha = \begin{cases} 76^\circ \\ 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ \end{cases}</math></p> 	<p><math>\text{sen } \alpha = -0,4848</math></p> <p><math>\text{sen}^{-1} (-0,4848) = -29^\circ</math></p> <p><math>\alpha = \begin{cases} 360^\circ - 29^\circ = 331^\circ \\ 180^\circ + 29^\circ = 209^\circ \end{cases}</math></p> 
<p><math>\text{cos } \alpha = 0,9563</math></p> <p><math>\text{cos}^{-1} (0,9563) = 17^\circ</math></p> <p><math>\alpha = \begin{cases} 17^\circ \\ 360^\circ - 17^\circ = 343^\circ \end{cases}</math></p> 	<p><math>\text{cos } \alpha = -0,9205</math></p> <p><math>\text{cos}^{-1} (0,9205) = 157^\circ</math></p> <p><math>\alpha = \begin{cases} 157^\circ \\ 360^\circ - 157^\circ = 203^\circ \end{cases}</math></p> 
<p><math>\text{tg } \alpha = 0,4040</math></p> <p><math>\text{tg}^{-1} (0,4040) = 22^\circ</math></p> <p><math>\alpha = \begin{cases} 22^\circ \\ 180^\circ + 22^\circ = 202^\circ \end{cases}</math></p> 	<p><math>\text{tg } \alpha = -57,29</math></p> <p><math>\text{tg}^{-1} (-57,29) = -89^\circ</math></p> <p><math>\alpha = \begin{cases} 360^\circ - 89^\circ = 271^\circ \\ 271^\circ - 180^\circ = 91^\circ \end{cases}</math></p> 

**9.** Sin utilizar la calculadora, únicamente situando dos ángulos sobre la circunferencia goniométrica, halla, redondeado a grados, el ángulo que cumpla las condiciones indicadas:

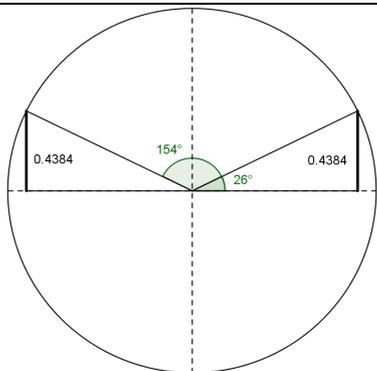
<p><math>\text{sen } \alpha = \text{sen } 106^\circ</math></p> <p><math>0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ</math></p> <p><math>\alpha = 180^\circ - 106^\circ = 74^\circ</math></p> 	<p><math>\text{cos } \alpha = \text{sen } 36^\circ</math></p> <p><math>0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ</math></p> <p><math>\alpha = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ</math></p> 
--	---

$$\text{sen } \alpha = \text{sen } 386^\circ$$

$$90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$$

$$386^\circ - 360^\circ = 26^\circ$$

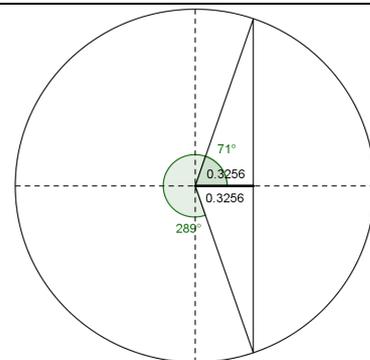
$$\alpha = 180^\circ - 26^\circ = 154^\circ$$



$$\cos \alpha = \cos 289^\circ$$

$$0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$$

$$\alpha = 360^\circ - 289^\circ = 71^\circ$$

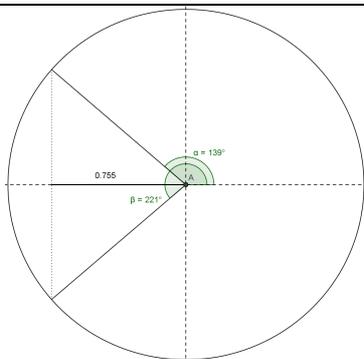


$$\cos \alpha = \cos 139^\circ$$

$$180^\circ \leq \alpha \leq 270^\circ$$

$$\alpha = 360^\circ - 139^\circ =$$

$$= 221^\circ$$

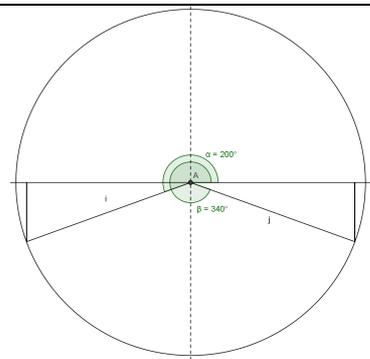


$$\text{sen } \alpha = \text{sen } 200^\circ$$

$$270^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$$

$$\alpha = 360^\circ - (200^\circ - 180^\circ) =$$

$$= 340^\circ$$

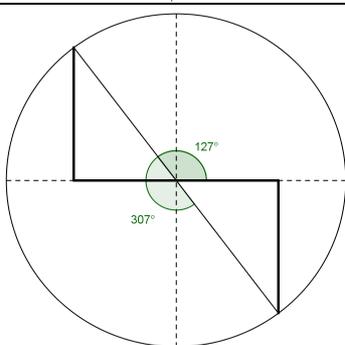


$$\text{tg } \alpha = \text{tg } 307^\circ$$

$$90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$$

$$\alpha = 307^\circ - 180^\circ =$$

$$= 127^\circ$$



$$\text{tg } \alpha = \text{tg } 75^\circ$$

$$180^\circ \leq \alpha \leq 270^\circ$$

$$\alpha = 75^\circ + 180^\circ = 255^\circ$$

