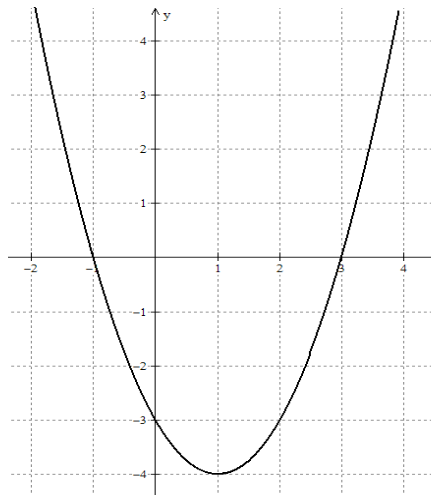
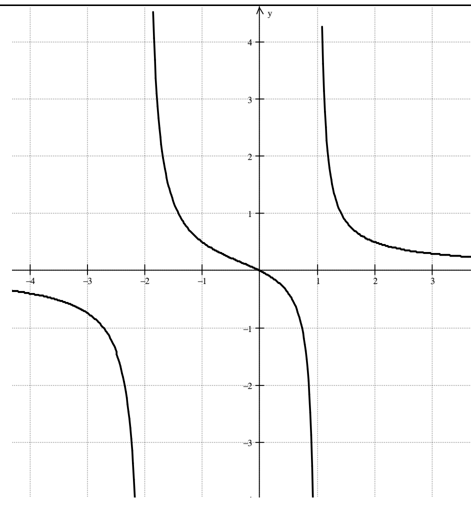
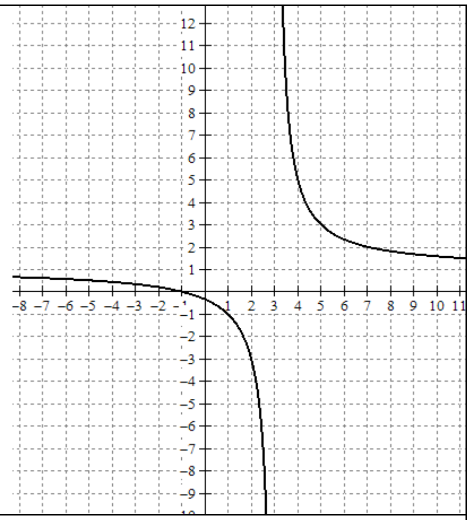
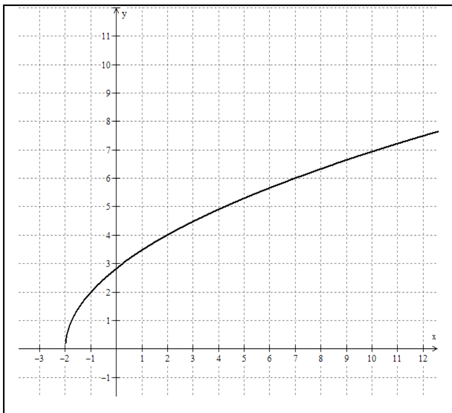
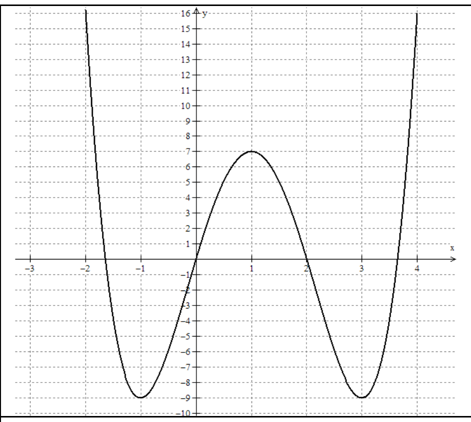
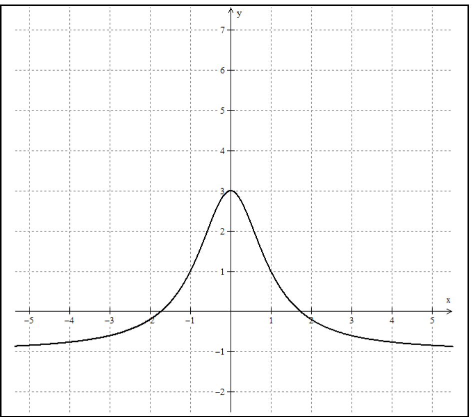
Serie 7 – Funciones - Soluciones

1. A continuación aparecen parcialmente representadas gráficas de ciertas funciones, la parte que no se muestra continúa la tendencia indicada. Escribe debajo de cada una de ellas las características que se observan:

		
Dominio = $(-\infty,+\infty)$ Recorrido = $[-4,+\infty)$	Dominio = $\Re-\{-2,1\}$ Recorrido = $(-\infty,+\infty)$	Dominio = $\Re-\{3\}$ Recorrido = $\Re-\{1\}$
Crecimiento y Decrecimiento Decreciente en $x\in(-\infty,1)$ Creciente en $x\in(1,+\infty)$	Crecimiento y Decrecimiento Decreciente en $x\in\Re-\{-2,1\}$	Crecimiento y Decrecimiento Decreciente en $x\in\Re-\{3\}$
Máximos/Mínimos absolutos y relativos Mínimo relativo y absoluto en x = 1 No está acotada superiormente.	Máximos/Mínimos absolutos y relativos No tiene. No está acotada ni inferior ni superiormente.	Máximos/Mínimos absolutos y relativos No tiene. No está acotada ni inferior ni superiormente.

		
Dominio = $[-2,+\infty)$ Recorrido = $[0,+\infty)$	Dominio = $(-\infty,+\infty)$ Recorrido = $[-9,+\infty)$	Dominio = $(-\infty,+\infty)$ Recorrido = $(-1,3]$
Crecimiento y Decrecimiento Creciente en $x\in[-2,+\infty)$	Crecimiento y Decrecimiento Decreciente en $x\in(-\infty,-1)\cup(1,3)$ Creciente en $x\in(-1,1)\cup(3,+\infty)$	Crecimiento y Decrecimiento Creciente en $x\in(-\infty,0)$ Decreciente en $x\in(0,+\infty)$
Máximos/Mínimos absolutos y relativos Mínimo absoluto en x = - 2 No está acotada superiormente.	Máximos/Mínimos absolutos y relativos Mínimos relativos y absolutos en x = - 1 y en x = 3. No está acotada superiormente.	Máximos/Mínimos absolutos y relativos Máximo relativos y absolutos en x = 0 Cota inferior k = -1

2. ¿Alguna de estas seis gráficas es simétrica respecto del origen (*impar*)? Indica cuales: Ninguna es impar

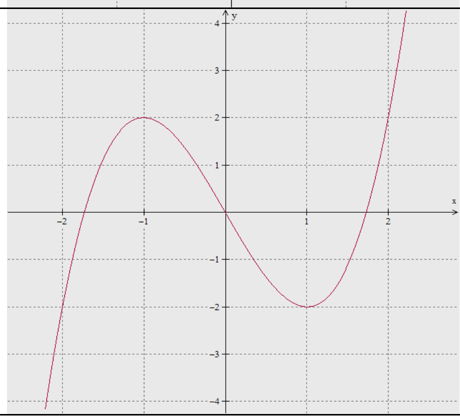
   ¿Alguna de estas seis gráficas es simétrica respecto del eje Y (*par*)? Indica cuales: La última es par.

   ¿Alguna de estas seis funciones ni es *par* ni es im*par* pero tiene alguna simetría de otro tipo? Indica cuales: La 1ª, 3ª y 5ª tienen simetría axial. La 1ª y la 5ª respecto del eje x=1, la 3ª respecto del eje x=3.

3. Halla razonadamente el dominio de las siguientes funciones:

Función	Razonamientos / Cálculos	Dominio
$f(x)=3x^2-5x+2$	Es una función **polinómica**, definida por lo tanto en todos los reales.	$(-\infty,+\infty)$
$f(x)=\sqrt[3]{x}$	Es una función **irracional** de índice impar, definida por lo tanto en todos los reales.	$(-\infty,+\infty)$
$f(x)=\dfrac{x-4}{x-3}$	Es una función **racional**, definida por lo tanto para aquellos reales que no anulen el denominador: $x-3=0 \to x=3$	$\Re-\{3\}$
$f(x)=\dfrac{x-3}{x^2+3x-4}$	Es una función racional, definida por lo tanto para aquellos reales que no anulen el denominador: $x^2+3x-4=0 \to x=\left\langle \begin{matrix}1\\-4\end{matrix}\right.$.	$\Re-\{-4,1\}$
$f(x)=\dfrac{2x-6}{x^2+4}$	Es una función racional, definida por lo tanto para aquellos reales que no anulen el denominador: $x^2+4=0 \to x^2=-4 \to$ Sin solución.	$(-\infty,+\infty)$
$f(x)=\sqrt{x-5}$	Es una función irracional de índice par, definida por lo tanto para aquellos reales que no hagan negativo el radicando: $x-5\geq 0 \to x\geq 5$	$[5,+\infty)$
$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{6-3x}}$	Es una función irracional de índice par, definida por lo tanto para aquellos reales que no hagan negativo el radicando. Al estar en el denominador, tampoco puede ser cero: $6-3x>0 \to -3x>-6 \to x<2$	$(-\infty,2)$
$f(x)=\sqrt{x^2-5x+4}$	Es una función irracional de índice par, definida por lo tanto para aquellos reales que no hagan negativo el radicando: $x^2-5x+4=0 \to x=\left\langle \begin{matrix}1\\4\end{matrix}\right.$	$(-\infty,1]\cup[4,+\infty)$

4. Escribe la definición de función par y de función impar dibujando debajo un ejemplo de una que lo sea y estudia si las siguientes funciones tienen alguno de estos dos tipos de simetría.

Definición	Ejemplo gráfico
Se llama función ***par*** a aquella que es simétrica respecto del eje Y. Cumple que: $f(x)$ es una función par $\Leftrightarrow f(-x)=f(x)$ en todos los x de su dominio	
Se llama función ***impar*** a aquella que es simétrica respecto del origen. Cumple que: $f(x)$ es una función impar $\Leftrightarrow f(-x)=-f(x)$ en todos los x de su dominio	

$f(x)=3x^2-5x+2$ $f(-x)=3(-x)^2-5(-x)+2=$ $=3x^2+5x+2$ que no es ni igual ni opuesta a $f(x)$. Por lo tanto no es <u>ni par ni impar</u>.	$f(x)=\dfrac{2x}{x^2+4}$ $f(-x)=\dfrac{2(-x)}{(-x)^2+4}=\dfrac{-2x}{x^2+4}=-f(x)$ por lo tanto es una función <u>impar</u>	$f(x)=2x^4-3x^2+1$ $f(-x)=2(-x)^4-3(-x)^2+1=$ $=2x^4-3x^2+1=f(x)$ por lo tanto es una función <u>par.</u>

5. Dadas $f(x)=\dfrac{2x}{x+1}$, $g(x)=\dfrac{2(x-1)}{x+1}$ escribe la expresión simplificada de las siguientes funciones que se crean realizando operaciones con ellas:

$$(f+g)(x)=\frac{2x}{x+1}+\frac{2(x-1)}{x+1}=\frac{2x+2x-2}{x+1}=\frac{4x-2}{x+1}$$

$$(f\cdot g)(x)=\frac{2x}{x+1}\cdot\frac{2(x-1)}{x+1}=\frac{4x(x-1)}{(x+1)^2}=\frac{4x^2-4x}{(x+1)^2}$$

$$(f/g)(x)=\frac{2x}{x+1}:\frac{2(x-1)}{x+1}=\frac{2x(x+1)}{2(x+1)(x-1)}=\frac{x}{x-1}$$

$$(f\circ g)(x)=f(g(x))=f\left(\frac{2(x-1)}{x+1}\right)=\frac{2\,\frac{2(x-1)}{x+1}}{\frac{2(x-1)}{x+1}+1}=\frac{\frac{4(x-1)}{x+1}}{\frac{2(x-1)+x+1}{x+1}}=\frac{\frac{4x-4}{x+1}}{\frac{2x-2+x+1}{x+1}}=\frac{4x-4}{3x-1}$$

6. Halla la recíproca de la función $f(x)=\dfrac{2x-3}{x+1}$ y comprueba el resultado:

$$x=\frac{2y-3}{y+1}\to xy+x=2y-3\to xy-2y=-x-3\to y(x-2)=-x-3\to y=\frac{-x-3}{x-2}=\frac{x+3}{2-x}\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x+3}{2-x}$$

Comprobación

$y=f(x)=\dfrac{2x-3}{x+1}\to$

x	-6	-2	0	4
y	3	7	-3	1

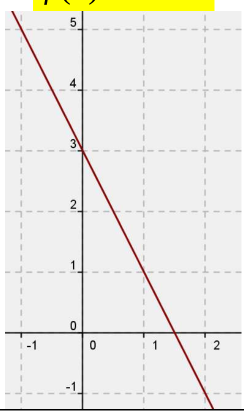
$y=f^{-1}(x)=\dfrac{x+3}{2-x}\to$

x	3	7	-3	1
y	-6	-2	0	4

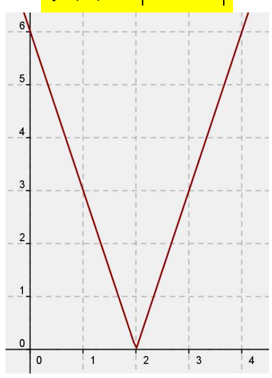
<u>También:</u> Si se quiere demostrar que son dos funciones recíprocas, se componen ambas funciones y, después de las simplificaciones, se comprueba que resulta la función identidad, es decir, i(x)=x

7. Haciendo una tabla de valores adecuada a cada caso y ajustando la escala a los valores obtenidos representa gráficamente las siguientes funciones. Escribe sus dominios y recorridos.

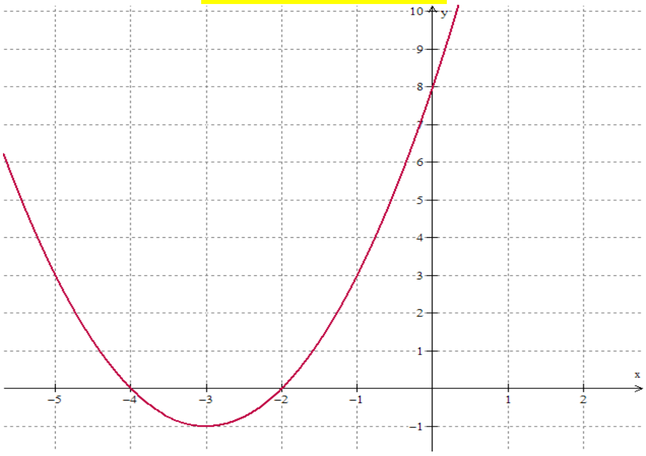
$f(x)=3-2x$



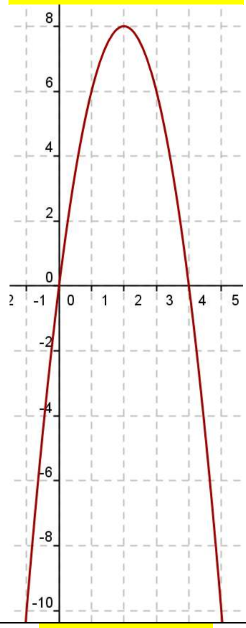
$f(x)=|3x-6|$



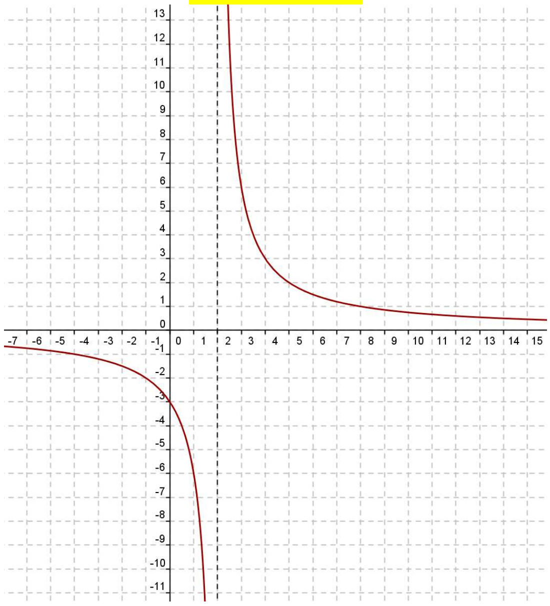
$$f(x)=x^2+6x+8$$



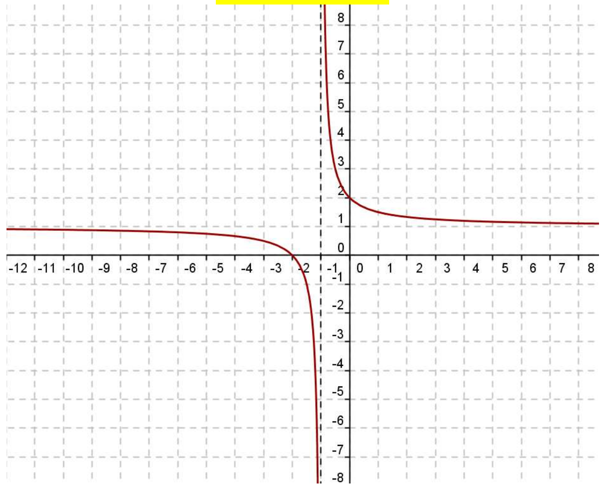
$$f(x)=-2x^2+8x$$



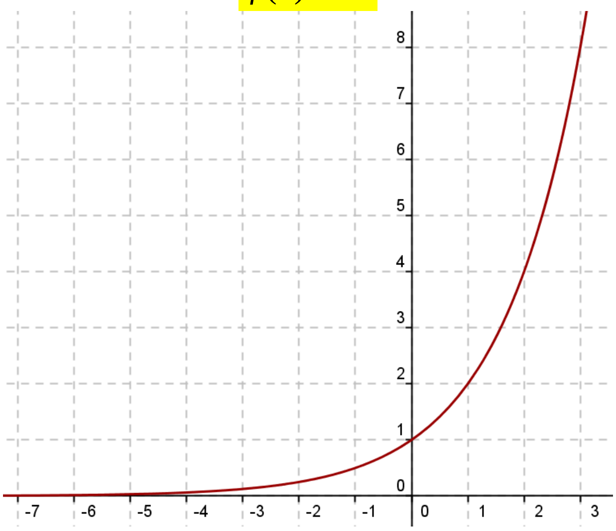
$$f(x)=\frac{6}{x-2}$$



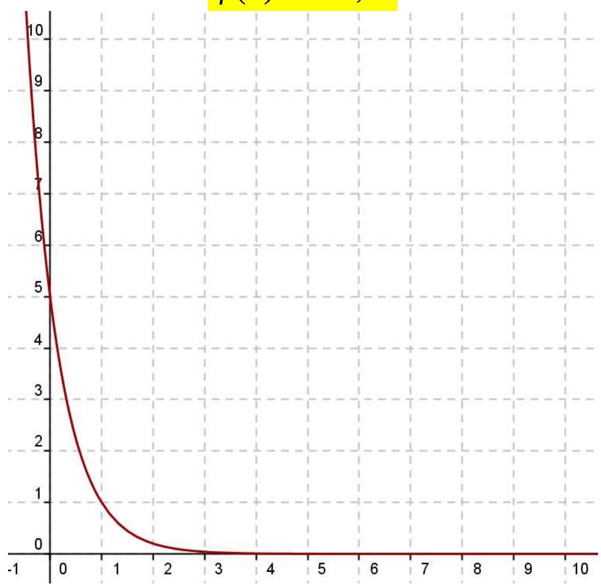
$$f(x)=\frac{x-2}{x+1}$$



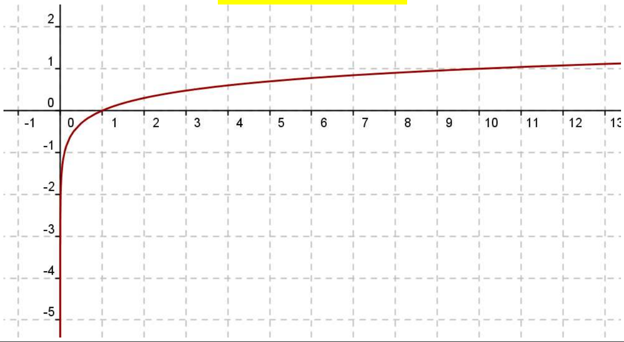
$$f(x)=2^x$$



$$f(x)=5\cdot 0{,}2^x$$



$f(x) = \log_{10} x$



$f(x) = \log_{2} x$