SERIE Nº 1: NÚMEROS REALES	CURSO: MAT.NM	GRUPO: 1.1
NOMBRE:		NOTA:

1.- Establecer razonadamente, la falsedad o veracidad de las siguientes frases:

a) Solo los números racionales se puede representar de forma exacta en la recta real

b) Si A es el conjunto de números determinados por $E^*_{3,5}$ y B otro conjunto de números determinado por $\left|\frac{x-2}{3}\right| \geq 4$, el intervalo correspondiente a $A \cap B$ sería el conjunto vacio

c) Al realizar una aproximación por redondeo del resultado de la operación $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} : (2{,}0666... + 3{,}222...) =$

se obtiene el mismo resultado que si realizamos la aproximación por truncamiento

d) Aplicando las propiedades de las potencias se puede afirmar que $\frac{\sqrt[3]{8}\cdot 2^{-5}}{64\cdot\left(2^2\right)^{-4}} = 4$

e) La expresión $A = \sqrt{\frac{z^3}{x+y}}$ expresada mediante logaritmos sería $\log A = \frac{1}{2}[\log x + \log y - \log 3z]$

2.- a) Realiza la siguiente operación con radicales simplificando al máximo el resultado final: $\frac{5\sqrt{45}+2\sqrt{\frac{125}{4}}-3\sqrt{20}}{2\sqrt{5}-3}$

b) Representa de la forma más adecuada los siguientes números reales: $-\frac{12}{7}$, $\sqrt{41}$

3.- a) Aplicando las propiedades de los logaritmos calcula el valor de x: $\log_2 8^{logx} - \log_2 4^{logx} = logx^x$

b) Sabiendo que log 2 = a y que log 3 = b calcula: $\log_2 12$ en función de a y b

4.-

La velocidad mínima que debe llevar un cuerpo para que escape del campo gravitatorio terrestre, es $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$, en la que $G = 6.67\cdot 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2\ kg^2}$ es la constante de gravitación universal, $M = 5.98\cdot 10^{24}$ kg es la masa de la Tierra y $R = 6370$ km es el radio de la tierra. Expresa el radio en metros y calcula v.

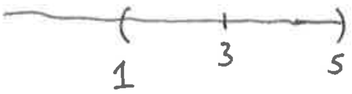
Utiliza en todo momento notación científica

5. Demuestra por inducción que la suma de los n primeros términos de una sucesión geométrica u_n de razón r viene dado por la fórmula: $S_n = \frac{u_1(1-r^n)}{1-r}$. Donde u_1 es el primer término y $u_n = r^{n-1}u_1$

Preg.	1	2a	2b	3a	3b	4	5
Ptos.	10	6	4	5	5	10	10

① a) Falso, $\sqrt{2}$ tb'.

b) FV. A $\equiv$



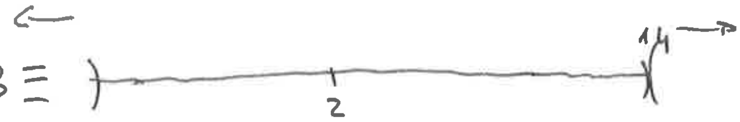
$$\left|\frac{x-2}{3}\right| \geq 4 \iff \left|\frac{x}{3}-\frac{2}{3}\right| \geq 4$$

$$|x-2| \geq 12$$

$\downarrow$

números cuya distancia al 2 sea mayor de 12.

B $\equiv$



$A \cap B = \emptyset$

Verdadero.

c) $$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{2'0\hat{6}+3'\hat{2}} = \frac{\frac{3^2}{2^2}}{\frac{186}{90}+\frac{29}{9}} = \frac{3^2/2^2}{\frac{186}{90}+\frac{290}{90}} =$$

$2'0\hat{6} = x$

$20'\hat{6} = 10x$

$206'\hat{6} = 100x$

$-20'\hat{6} = -10x$

$186 = 90x$. $\boxed{x = \frac{186}{90}}$

$$= \frac{3^2/2^2}{\frac{476}{90}} = \frac{3^2\cdot 90}{476\cdot 2^2} = \frac{3\cdot 4\cancel{5}}{476} \cancel{= \frac{135}{476} = \frac{135}{476} = 0'28361\ldots}$$

$$3'\hat{2} = 3 + 0'\hat{2} = 3 + \frac{2}{9} = \frac{29}{9}$$

$$\frac{135\cdot 3}{476\cdot 2} = \frac{405}{952} = 0'42542\,01\ldots$$

Falso, no ocurre para el 2º decimal.

d) $$\frac{\sqrt[3]{8}\cdot 2^{-5}}{64\cdot\left(2^2\right)^{-4}} = \frac{2\cdot 2^{-5}}{2^6\cdot 2^{-8}} = \frac{2\cdot 2^8}{2^6\cdot 2^5} = 2^{9-11} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$$ Falso.

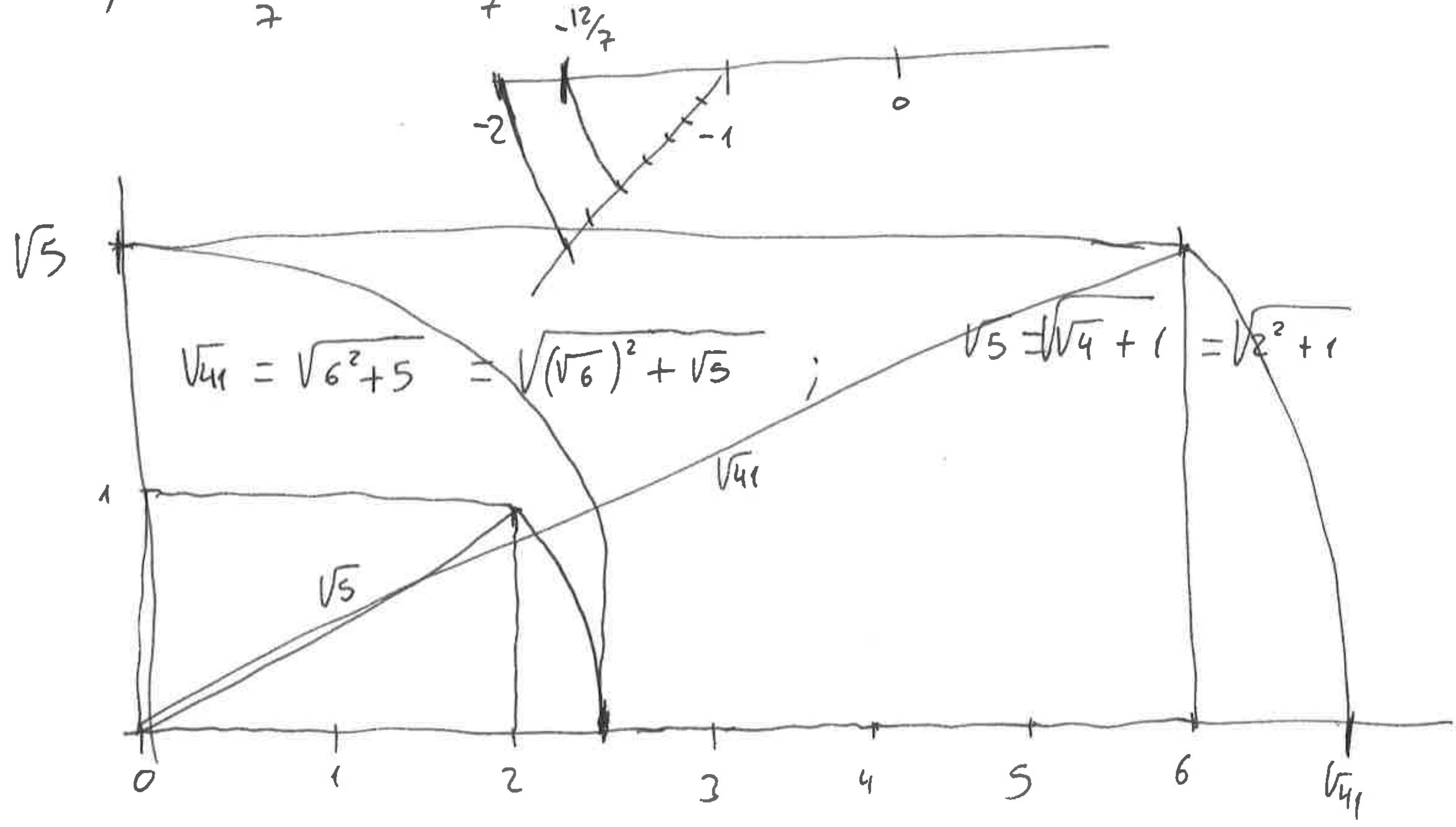
e) $A = \sqrt{\frac{z^3}{x+y}}$; $\log(A) = \log\left(\sqrt{\frac{z^3}{x+y}}\right) = \frac{1}{2}\left[\log z^3 - \log x - \log y\right]$

$= \frac{1}{2}\left[3\log z - \log x - \log y\right]$ Falso.

② a) $$\frac{5\sqrt{45}+2\sqrt{\frac{125}{4}}-3\sqrt{20}}{2\sqrt{5}-3}=\frac{5\cdot\sqrt{9\cdot 5}+\cancel{2}\cdot\frac{\sqrt{5^3}}{\cancel{2}}-3\sqrt{5\cdot 4}}{2\sqrt{5}-3}=$$

$$=\frac{15\sqrt{5}+5\sqrt{5}-6\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-3}=\frac{14\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-3}\cdot\frac{(2\sqrt{5}+3)}{(2\sqrt{5}+3)}=\frac{28\cdot 5+42\sqrt{5}}{4\cdot 5-9}=\boxed{\frac{140+42\sqrt{5}}{11}}$$

b) $-\frac{12}{7}=-1-\frac{5}{7}$



③ a) $$\log_2 8^{\log x}-\log_2 4^{\log x}=x\cdot\log x$$

$$\cancel{\log x}\cdot\log_2 8-\cancel{\log x}\cdot\log_2 4=x\,\cancel{\log x}$$

$$3-2=x\quad;\quad\boxed{x=1}$$

b) $\log 2=a$

$\log 3=b$

$$\log_2 12=\frac{\log 12}{\log 2}=\frac{\log 3\cdot 2^2}{\log 2}=\boxed{\frac{2a+b}{a}}$$

7. [Maximum mark: 7]

Suppose that u_1 is the first term of a geometric series with common ratio r.
Prove, by mathematical induction, that the sum of the first n terms, S_n is given by
$S_n = \frac{u_1(1-r^n)}{1-r}$, where $n \in \mathbb{Z}^+$.

u_1 es el primer término de una serie geométrica

$u_2 = r \cdot u_1$

$\boxed{u_n = (r)^{n-1} \cdot u_1}$

Supongamos cierto para $n-1$:

$S_{n-1} = \frac{u_1(1-r^{n-1})}{1-r}$ probemos q. es

cierto para n:

$$S_n = u_n + S_{n-1} = S_{n-1} + r^{n-1} \cdot u_1 =$$

$$= \frac{u_1 \cdot (1-r^{n-1})}{1-r} + r^{n-1} \cdot u_1 =$$

$$= \frac{u_1 - u_1 \cdot r^{n-1} + (1-r) \cdot r^{n-1} \cdot u_1}{1-r} = \frac{u_1 \cancel{- u_1 r^{n-1}} \cancel{+ u_1 r^{n-1}} - r^n \cdot u_1}{1-r}$$

$$= \frac{u_1(1-r^n)}{1-r}$$ c. q. d. (Como queríamos demostrar)