63. Página 175

a) $f(x)=2cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) \rightarrow f(x)=-2sen(x)$ $\quad$ Dom $f(x)=\mathbb{R}$

La función es continua en toda la recta real y $f'(x)=-2\cdot cos\, x$.

Es periódica de período 2π , la estudiamos en $[-\pi, \pi]$:

En $\left(-\pi,-\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ se tiene $f'(x)>0 \rightarrow f(x)$ es creciente en dicho intervalo.

En $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ se tiene $f'(x)<0 \rightarrow f(x)$ es decreciente en dicho intervalo.

b) $g(x)=x-sen\, x$ $\quad$ Dom $g(x)=\mathbb{R}$

$g(x)$ es continua en toda la recta real.

$g'(x)=1-cosx$ $\quad$ $g'(x)=0 \rightarrow x=0\pm k\frac{\pi}{2}, k=0,1,2,...$

Pero como en el intervalo $[-\pi,\pi]$ $cos\, x\leq 1$, $g'(x)$ es siempre positiva.

Así, $g(x)$ es siempre creciente y no tiene extremos relativos.

c) $h(x)=tg\, x$ $\quad$ Dom $h(x)=\mathbb{R}$

$h'(x)=\frac{1}{\cos^2 x} \rightarrow h'(x)>0$ para todo $x \rightarrow h(x)$ siempre creciente y no tiene extremos relativos.

64. Página 175

a) $y=2x^2\cdot e^x$ $\quad$ Dom $y(x)=\mathbb{R}$

$y'=2xe^x(2+x)$ $\quad$ $y'=0 \rightarrow x=0, x=-2$

En $(-\infty,-2)$ se tiene que $y'>0$ y en $(-2,0)$ se tiene que $y'<0$.

En $(0,\infty)$ se tiene que $y'>0$.

Por tanto, es creciente en $(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)$ y decreciente en $(-2,0)$.

En $x=-2$ se alcanza el máximo relativo y en $x=0$ el mínimo.

b) $y=(x-4)\cdot e^x$ $\quad$ Dom $y(x)=\mathbb{R}$

$y'=e^x(x-3)$ $\quad$ $y'=0 \rightarrow x=3$

En $(-\infty,3)$ se tiene que $y'<0$. $\rightarrow$ Es decreciente en $(-\infty,3)$.

En $(3,+\infty)$ se tiene que $y'>0$. $\rightarrow$ Es creciente en $(3,+\infty)$.

En $x=3$ se alcanza el mínimo relativo.

c) $y=e^{x^2+2x}+1$ $\quad$ Dom $y(x)=\mathbb{R}$

$y'=2(x+1)e^{x^2+2x}$ $\quad$ $y'=0 \rightarrow x=-1$

En $(-\infty,-1)$ se tiene que $y'<0$. $\rightarrow$ Es decreciente en $(-\infty,-1)$.

En $(-1,+\infty)$ se tiene que $y'>0$ $\rightarrow$ Es creciente en $(-1,+\infty)$

En $x=-1$ se alcanza el mínimo relativo.

d) $y = x \cdot 2^x$ Dom $y(x) = \mathbb{R}$

$y' = 2^x(1 + x\ln 2)$ $y' = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{\ln 2}$

En $\left(-\infty, -\frac{1}{\ln 2}\right)$ se tiene que $y' < 0$ $\rightarrow$ Es decreciente en $\left(-\infty, -\frac{1}{\ln 2}\right)$.

En $\left(-\frac{1}{\ln 2}, +\infty\right)$ se tiene que $y' > 0$ $\rightarrow$ Es creciente en $\left(-\frac{1}{\ln 2}, +\infty\right)$.

En $x = -\frac{1}{\ln 2}$ se alcanza el mínimo relativo.

e) $y = 2^{x-x^2} - 3$ Dom $y(x) = \mathbb{R}$

$y' = (1 - 2x)2^{x-x^2}\ln 2$ $y' = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

En $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ se tiene que $y' > 0$. $\rightarrow$ Es creciente en $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$.

En $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ se tiene que $y' < 0$. $\rightarrow$ Es decreciente en $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

En $x = \frac{1}{2}$ se alcanza el máximo relativo.

f) $y = 2^{x^3+1}$ Dom $y(x) = \mathbb{R}$

$y' = 3x^2 \cdot 2^{x^3+1} \cdot \ln 2$ $y' = 0 \rightarrow x = 0$

En $(-\infty, 0)$ se tiene que $y' > 0$ y en $(0, +\infty)$ se tiene que $y' > 0$.

Por tanto, es creciente en $\mathbb{R}$ y no tiene extremos relativos.

65. Página 175

a) $y' = 3x^2 - 24$ $y'(x) = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{8}$ $y'' = 6x$

$y''(\sqrt{8}) = 6\sqrt{8} > 0 \rightarrow x = \sqrt{8}$ es un mínimo.

$y''(-\sqrt{8}) = -6\sqrt{8} < 0 \rightarrow x = -\sqrt{8}$ es un máximo.

b) $y'(x) = 8 + 12x - 4x^3$ $y'(x) = 0 \rightarrow x = -1, x = 2$ $y''(x) = 12 - 12x^2$

$y''(2) = -36 < 0 \rightarrow x = 2$ es un máximo.

$y''(-1) = 0$, $y'''(x) = -24x \rightarrow y'''(-1) = 24 \neq 0 \rightarrow x = -1$ es un punto de inflexión.

c) $y'(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2}$ $y'(x) = 0 \rightarrow x = \pm 2$ $y''(x) = \frac{8}{x^3}$

$y''(2) = 1 > 0 \rightarrow$ La función alcanza un mínimo en $x = 2$.

$y''(-2) = -1 < 0 \rightarrow$ La función alcanza un máximo en $x = -2$.

d) $y' = \frac{2x}{x^2 + 1}$ $y' = 0 \rightarrow x = 0$ $y'' = \frac{-2x^2 + 2}{(x^2 + 1)^2}$

$y''(0) = 2 \rightarrow$ La función alcanza un mínimo en $x = 0$.