SOLUCIONES EJERCICIOS (1, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 13, 15, 17, 18, 19) SERIE 5

<table>
<tr>
<td>1
Oviedo 19
junio A</td>
<td>

3. Sean los planos $\pi_1 : x+y+z=0$ y π_2 . Su intersección es la recta $r : \begin{cases} x+y+z=0 \\ x+z=0 \end{cases}$. Calcula:

a) La ecuación del plano π_2 sabiendo que $A(1,1,1) \in \pi_2$. (1.25 puntos)

b) La ecuación de un plano π_1' paralelo a π_1 y que esté a una distancia de $\sqrt{3}$ unidades de la recta r. (1.25 puntos)

---

a) Calculemos la expresión de la recta r en forma de un punto C y un vector director $\vec{v}_r$

$$r : \begin{cases} x+y+z=0 \\ x+z=0 \end{cases} \iff r : \begin{cases} y=0 \\ x+z=0 \end{cases} \implies (x,y,z)=(0,0,0)+\lambda(1,0,-1) \quad \lambda \in \mathbb{R} \implies$$

$$\implies \begin{array}{l} C\ (0,0,0) \\ \vec{v}_r=(1,0,-1) \end{array}$$

El plano π_2 se puede construir a partir del punto C (o A) y los vectores $\overrightarrow{CA}$ y $\vec{v}_r$

$$\pi_2 : \begin{vmatrix} x-0 & y-0 & z-0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \implies \boldsymbol{x-2y+z=0}$$

b) La ecuación de un plano π_1' paralelo a π_1 es del tipo

$$x+y+z+d=0$$

y, como la recta r es paralela al plano π_1' , se tiene que

$$d(r,\pi_1') = d(P,\pi_1') \qquad \forall P \in r$$

En particular podemos coger C

$$\sqrt{3} = d(C,\pi_1') = \frac{|d|}{\sqrt{1+1+1}} \implies |d|=3 \implies d=\pm 3$$

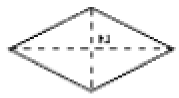
$$\pi_1' : x+y+z\pm 3=0$$

</td>
</tr>
<tr>
<td>3.
Oviedo 19
Julio A</td>
<td>

3. Sean $A(3,1,0)$ y $B(1,3,0)$ los vértices opuestos de un rombo situado en el plano $\pi : z=0$.

a) Calcula un vector director $\vec{v}_r$ y la ecuación de la recta r a la que pertenecen los otros dos vértices del rombo C y D. (1.5 puntos)

b) Determina dichos vértices C y D sabiendo que están a una distancia de $\sqrt{2}$ unidades del punto medio M. (1 punto)



Características de un rombo: Lados iguales paralelos dos a dos. Diagonales perpendiculares que se cortan en el centro de ambas.

</td>
</tr>
</table>

SOLUCIONES EJERCICIOS (1, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 13, 15, 17, 18, 19) SERIE 5

<table>
<tr><td></td><td>

a) Un vector director $\vec{v}_r$ debe ser perpendicular al vector normal del plano π, $\vec{n} = (0,0,1)$ y al vector que une los puntos A y B, $\overrightarrow{AB} = (-2,2,0)$

$$\vec{v}_r = \overrightarrow{AB} \times \vec{n} = (2,2,0) \equiv (1,1,0)$$

Un punto de la recta es el punto medio de A y B

$$M = \frac{A+B}{2} = (2,2,0)$$

Y la ecuación de r

$$r\ :\ (x,y,z) = (2,2,0) + k(1,1,0) \quad k \in \mathbb{R} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \begin{cases} x = y \\ z = 0 \end{cases}$$

b) C y D pertenecen a r y se pueden expresar en función del punto M

$$C = M + k\vec{v}_r = (2,2,0) + k(1,1,0) \qquad D = M - k\vec{v}_r = (2,2,0) - k(1,1,0)$$

para algún valor $k \in \mathbb{R}$.

$$d(C,M) = d(D,M) = \sqrt{2k^2} = \sqrt{2}\,|k|$$

Como nos dice que esa distancia es $\sqrt{2}$, se tiene

$$|k| = 1 \qquad \Longrightarrow \qquad k = \pm 1$$

$$C = (2,2,0) + 1(1,1,0) = (3,3,0) \qquad D = (2,2,0) - 1(1,1,0) = (1,1,0)$$

</td></tr>
<tr><td>4
Oviedo 19
Julio B</td><td>

3. Dados el plano $\pi : x + y = 1$ y la recta r que pasa por el punto $A(1,1,1)$ con vector director $\vec{v}_r = (0,1,1)$. Calcula:

a) El punto P intersección del plano π y de la recta r. (1.25 puntos)

b) El punto A' simétrico de A respecto al plano π. (1.25 puntos)

---

a) Un punto $Q(x,y,z)$ de la recta se expresa por

$$Q = A + k\vec{v}_r \quad k \in \mathbb{R} \quad \Longleftrightarrow \quad (x,y,z) = (1,1,1) + k(0,1,1) = (1, 1+k, 1+k) \quad k \in \mathbb{R}$$

Si además pertenece a $\pi : x + y = 1$

$$1 + (1+k) = 1 \quad \Longrightarrow \quad k = -1 \quad \Longrightarrow \quad \mathbf{P(1,0,0)}$$

b) El punto medio M entre A y A' pertenece al plano π y a la recta s que pasa por A y tiene de vector director el normal al plano π, $\vec{n} = (1,1,0)$

$$s : Q = A + k\vec{n} \quad k \in \mathbb{R} \quad \Longleftrightarrow \quad (x,y,z) = (1,1,1) + k(1,1,0) = (1+k, 1+k, 1) \quad k \in \mathbb{R}$$

Si además $M \in \pi$

$$2 + 2k = 1 \quad \Longrightarrow \quad k = -1/2 \quad \Longrightarrow \quad M\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right)$$

Se tiene que

$$A' = M - \overrightarrow{MA} = (1/2, 1/2, 1) - (1/2, 1/2, 0) = \mathbf{(0,0,1)}$$

</td></tr>
</table>

SOLUCIONES EJERCICIOS (1, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 13, 15, 17, 18, 19) SERIE 5

<table>
<tr><td>5.
Oviedo 18
Junio A</td><td>

3. Sean r y s dos rectas perpendiculares que se cortan. La recta r viene dada por las ecuaciones $r:\ \dfrac{x-1}{2} = y+1 = -z+2$. Calcula:

a) Un vector director $\vec{v}_1$ de r. (0.75 puntos)

b) Un vector director $\vec{v}_2$ de s sabiendo que $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$ es proporcional al vector $(1,0,2)$. (1 punto)

c) Las ecuaciones del plano π que contiene ambas rectas. (0.75 puntos)

---

a) Un vector director de r será

$$r:\ \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1} \qquad \Longrightarrow \qquad \boldsymbol{\vec{v}_1 = (2,1,-1)}$$

b) Si r y s son perpendiculares también lo serán $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ y como $\vec{w} = (1,0,2)$ es perpendicular a ambos, se tendrá que

$$\boldsymbol{\vec{v}_2} = \vec{v}_1 \times \vec{w} = \boldsymbol{(2,-5,-1)}$$

es un vector director de s.

c) Un vector normal al plano π será $\vec{w}$. Luego la ecuación de π será

$$\pi\ :\ x + 2z + d = 0$$

Además $A(1,-1,2) \in r \subset \pi \quad \Longrightarrow \quad 5 + d = 0$

$$\boldsymbol{\pi\ :\ x + 2z = 5}$$

</td></tr>
<tr><td>6
Oviedo 18
Junio B</td><td>

3. Dado la recta $r:\ \begin{cases} y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$, el punto $Q(1,1,1)$ y un plano π.

a) Calcula el punto P de la recta r que verifica $d(P,Q) = 1\,u$. (1.25 puntos)

b) Se sabe que $Q \in \pi$ y que $d(P,Q) = d(P,\pi)$. Determina la ecuación del plano π. (1.25 puntos)

---

a) Un punto de la recta es del tipo

$$P(\lambda,1,0) \qquad \lambda \in \mathbb{R}$$

Luego si $d(P,Q) = 1$.

$$\sqrt{(\lambda-1)^2+1} = 1 \qquad \Longrightarrow \qquad \lambda = 1 \qquad \Longrightarrow \qquad \boldsymbol{P(1,1,0)}$$

b) Según los datos del problema se tiene que el vector $\overrightarrow{PQ} = (0,0,1)$ es normal al plano π. Luego

$$\pi\ :\ z + d = 0$$

Si $Q \in \pi$

$$\boldsymbol{\pi\ :\ z = 1}$$

</td></tr>
</table>

SOLUCIONES EJERCICIOS (1, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 13, 15, 17, 18, 19) SERIE 5

8
Oviedo 18
Julio B

3. Dados los puntos $A(2,1,0)$ y $B(1,0,-1)$ y r la recta que determinan. Y sea s la recta definida por $s: \begin{cases} x+y=2 \\ y+z=0 \end{cases}$

a) Estudia la posición relativa de las rectas. (1.25 puntos)

b) Determina un punto C de la recta s tal que los vectores $\overrightarrow{CA}$ y $\overrightarrow{CB}$ sean perpendiculares. (1.25 puntos)

---

a) Calculemos primero las ecuaciones de la recta r

$$r : (x,y,z) = A + \lambda\overrightarrow{AB} \quad \lambda \in \mathbb{R} \iff (x,y,z) = (2,1,0) + \lambda(-1,-1,-1) = (2-\lambda, 1-\lambda, -\lambda) \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

$$r : \begin{cases} x = 2-\lambda \\ y = 1-\lambda \\ z = -\lambda \end{cases} \iff \begin{cases} x-y=1 \\ y-z=1 \end{cases}$$

Para determinar la posición de las rectas se estudia el sistema

$$\begin{cases} x-y=1 \\ y-z=1 \\ x+y=2 \\ y+z=0 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \overset{F_3 = F_3 - F_1}{\equiv} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \overset{\substack{F_3 = F_3 - 2F_2 \\ F_4 = F_4 - F_2}}{\equiv}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{array}\right)$$

Se tiene un sistema compatible determinado. Por tanto, las rectas **se cortan en un punto**.

b) Un punto C de la recta s es del tipo

$$s: \begin{cases} x+y=2 \\ y+z=0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 2-y \\ z = -y \end{cases} \iff (x,y,z) = (2-\lambda, \lambda, -\lambda) \; \lambda \in \mathbb{R} \implies C(2-\lambda, \lambda, -\lambda)$$

Y para que cumpla la condición de perpendicularidad

$$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \iff (\lambda, 1-\lambda, \lambda) \cdot (\lambda-1, -\lambda, \lambda-1) = 0 \implies 3\lambda^2 - 3\lambda = 0$$

salen dos posible valores de C

$$\lambda = 0 \implies \boldsymbol{C(2,0,0)} \qquad \lambda = 1 \implies \boldsymbol{C(1,1,-1)}$$

11
Oviedo 17
Junio B

3. Dados los puntos $A(1,2,0)$, $B(-1,1,1)$, $C(0,0,1)$, $D(4,1,3)$. Determina:

a) Si los cuatro puntos son coplanarios. (0.75 puntos)

b) La recta r que pasa por D y es perpendicular al plano π que contiene los puntos A, B, C. (1 punto)

c) El punto de corte de la recta r con el plano π. (0.75 puntos)

---

a) Los puntos serán coplanarios si los vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ son linealmente dependientes, que se puede comprobar a través del determinante

$$\begin{vmatrix} \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{AD} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 11$$

es decir, los vectores son linealmente independientes, luego **no son coplanarios**.

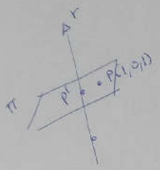
SOLUCIONES EJERCICIOS (1, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 13, 15, 17, 18, 19) SERIE 5

	b) El plano π que contiene los puntos A, B, C está determinado por un punto A y los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$. $$\pi \; : \; \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z \\ -2 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \iff \boldsymbol{x+y+3z-3=0}$$ La recta r tendrá como uno de sus vectores directores al vector normal al plano π, $\vec{v}_r = (1,1,3)$. Y su ecuación vectorial será $$r \; : \; (x,y,z) = (4,1,3) + \lambda(1,1,3) \qquad \lambda \in \mathbb{R}$$ O, en las otras formas $$r \; : \; \begin{cases} x = 4+\lambda \\ y = 1+\lambda \\ z = 3+3\lambda \end{cases} \iff \begin{cases} x-y=3 \\ 3x-z=9 \end{cases} \iff x-4 = y-1 = \frac{z-3}{3}$$
13 Oviedo 17 Julio B	**3.** Dada la recta $r : \begin{cases} x-y+2z=1 \\ 2x+y-5z=2 \end{cases}$ y el plano $\pi \; : \; \boldsymbol{a}x - y + z + 1 = 0$ a) Halla el valor de $\boldsymbol{a}$ para que sean paralelos. (1.5 puntos) b) Para $\boldsymbol{a}=2$, calcula la ecuación del plano $\boldsymbol{\pi'}$ que contiene a r y es perpendicular a π. (1 punto) a) Calculamos un vector director de la recta $$r : \begin{cases} x-y+2z=1 \\ 2x+y-5z=2 \end{cases} \overset{\substack{Ec_1+Ec_2 \\ Ec_2-2Ec_1}}{\iff} \begin{cases} 3x-3z=3 \\ 3y-9z=0 \end{cases} \iff \begin{cases} x=1+z \\ y=3z \end{cases} \iff$$ $$\iff \quad (x,y,z) = (1,0,0) + \lambda(1,3,1) \quad \lambda \in \mathbb{R}$$ Luego $$\vec{v}_r = (1,3,1)$$ El vector normal al plano es: $$\pi \; : \; ax - y + z + 1 = 0 \iff \vec{n} = (a,-1,1)$$ Para que la recta y el plano sean paralelos, el vector director de la recta y el vector normal al plano tienen que ser perpendiculares. $$\vec{v}_r \cdot \vec{n} = 0 \iff (1,3,1)\cdot(a,-1,1) = 0 \iff a-2=0 \iff \boldsymbol{a=2}$$ b) El plano π' estará definido por un punto de la recta $P(1,0,0)$ y los vectores $\vec{v}_r = (1,3,1)$ y $\vec{n} = (2,-1,1)$ $$\pi' \; : \; \begin{vmatrix} x-1 & y & z \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \iff \boldsymbol{4x+y-7z-4=0}$$
15 Oviedo 17 Modelo A	Se denota por *r* la recta $x-6 = y-7 = \dfrac{z-4}{-2}$ y por *P* el punto de coordenadas *(1,0,1)*. *a)* Halle la ecuación del plano que pasa por *P* y es perpendicular a *r*. (1 punto) *b)* Halle el punto de *r* más próximo a *P* y halle la distancia de *P* a *r*. (1.5 puntos)

SOLUCIONES EJERCICIOS (1, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 13, 15, 17, 18, 19) SERIE 5

$r \equiv x-6 = y-7 = \frac{z-4}{-2} \rightarrow \vec{v_r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{tb.}} \left.\begin{array}{l} x-6=y-7;\ \boxed{x-y+1=0} \\ -2y+14=z-4;\ \boxed{-2y-z+18=0} \end{array}\right\}$ ec. general

$P(1,0,1)$ $A = P_{recta}(6,7,4)$



a/ $\pi \equiv x+y-2z+D=0$

$P \in \pi \Leftrightarrow 1+0-2+D=0;\ D=1$

luego $\pi \equiv \boxed{x+y-2z+1=0}$

b/ la intersección de π y r es el punto proyección de P

$\left.\begin{array}{l} x+y-2z=-1 \\ x-y=-1 \\ -2y-z=-18 \end{array}\right\} \xrightarrow{\dots} \begin{array}{l} x=5 \\ y=6 \\ z=6 \end{array}$ P de r proyección de P es $\boxed{P'(5,6,6)}$

$\vec{PA}$ ó $\vec{AP} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\vec{v_r} \times \vec{AP} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 5 & 7 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -17\vec{i}+13\vec{j}-2\vec{k}$

distancia P a r $\quad d(P,r) = \frac{|\vec{v_r} \times \vec{AP}|}{|\vec{v_r}|} = \frac{|-17\vec{i}+13\vec{j}-2\vec{k}|}{\sqrt{1+1+4}} = \frac{\sqrt{462}}{\sqrt{6}} = \boxed{\sqrt{77}} \simeq 8'7$

17
Oviedo 16
Fase General
Junio A

Ejercicio 2.- Considere la recta $r: \begin{cases} x+y-z+1=0 \\ y-z=0 \end{cases}$

a) Escriba la ecuación implícita de un plano π perpendicular a **r** pasando por el punto **A(-1 , 2 , 2). (1,25 puntos)**
b) Obtenga el punto proyección ortogonal de **P(-1 , 3 , 3)** sobre el plano π. **(1,25 puntos)**

a) El vector director del plano π es el de la recta **r**, que es perpendicular al vector **AG**, siendo G el punto genérico del plano pedido y el producto escalar, de ambos, tiene que ser nulo y la ecuación pedida del plano

$$\begin{cases} x+y-z+1=0 \\ -y+z=0 \end{cases} \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow y=z \Rightarrow r: \begin{cases} x=-1 \\ y=\lambda \\ z=\lambda \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_r} = \overrightarrow{v_\pi} = (0,1,1) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_\pi} = (0,1,1) \\ \overrightarrow{AG} = (x,y,z)-(-1,2,2) = (x+1,y-2,z-2) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_\pi} \perp \overrightarrow{AG} \Rightarrow \overrightarrow{v_\pi} \cdot \overrightarrow{AG} = 0 \Rightarrow$$

$$(0,1,1)\cdot(x+1,y-2,z-2)=0 \Rightarrow y-2+z-2=0 \Rightarrow \pi: y+z-4=0$$

b) El punto **Q** de intersección de la recta r, perpendicular al plano y el plano es el punto medio entre el punto **P** y su simétrico **P'**.

$$\begin{cases} r: \begin{cases} x=-1 \\ y=\lambda \\ z=\lambda \end{cases} \\ \pi: y+z-4=0 \end{cases} \Rightarrow \pi: \lambda+\lambda-4=0 \Rightarrow 2\lambda-4=0 \Rightarrow 2\lambda=4 \Rightarrow \lambda=2 \Rightarrow Q \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow Q(-1,2,2)$$

$$\begin{cases} x_Q = \frac{x_P+x_{P'}}{2} \Rightarrow -1 = \frac{-1+x_{P'}}{2} \Rightarrow -1+x_{P'} = -2 \Rightarrow x_{P'} = -1 \\ y_Q = \frac{y_P+y_{P'}}{2} \Rightarrow 2 = \frac{3+y_{P'}}{2} \Rightarrow 3+y_{P'} = 4 \Rightarrow y_{P'} = 1 \quad \Rightarrow P'(-1,1,1) \\ z_Q = \frac{z_P+z_{P'}}{2} \Rightarrow 2 = \frac{3+y_{P'}}{2} \Rightarrow 3+z_{P'} = 4 \Rightarrow z_{P'} = 1 \end{cases}$$

SOLUCIONES EJERCICIOS (1, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 13, 15, 17, 18, 19) SERIE 5

18 Oviedo 16 ERROR es la Fase GENERAL Junio B	**Ejercicio 2.-** a) Encuentre m tal que los puntos **A(2 , -5 , 2)**, **B(4 , m , 2)** y **C(5 , -2 , 2)** estén alineados . **(1 punto)** b) Obtenga las ecuaciones implícitas de la recta determinada por los puntos anteriores. **(1 punto)** c) Halle la distancia del origen de coordenadas a la recta encontrada en **b)**. **(0,5 puntos)** a) Los vectores **AB** y **AC** son iguales o proporcionales $\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(4,m,2)-(2,-5,2)=(2,m+5,0) \\ \overrightarrow{AC}=(5,-2,2)-(2,-5,2)=(3,3,0)\equiv(1,1,0) \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{1}=\frac{m+5}{1}=\frac{0}{0} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{1}=\frac{m+5}{1} \Rightarrow m+5=1 \Rightarrow m=4 \\ \frac{1}{1}=\frac{0}{0} \Rightarrow 0=0 \end{cases}$ b) La recta **r** queda determinada por el vector **AC** y el punto **A** $\overrightarrow{v_r}=\overrightarrow{AC}=(1,1,0) \Rightarrow r:\frac{x-2}{1}=\frac{y+5}{1}=\frac{z-2}{0}$ c) Hallaremos un plano π que contenga el origen de coordenadas y que sea perpendicular a la recta **r** hallada en **b)**, por ello el vector director del plano es el de la recta que es perpendicular al vector **OG**, siendo **O** el origen de coordenadas y **G** el punto genérico del plano buscado. Ambos vectores son perpendiculares y su producto escalar nulo y la ecuación buscada del plano. El modulo del vector **OQ** es la distancia buscada, siendo **Q** el punto de intersección de la recta y el plano. $\begin{cases} \overrightarrow{v_\pi}=\overrightarrow{v_r}=(1,1,0) \\ \overrightarrow{OG}=(x,y,z)-(0,0,0)=(x,y,z) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_\pi} \perp \overrightarrow{OG} \Rightarrow \overrightarrow{v_\pi}\cdot\overrightarrow{OG} \Rightarrow (1,1,0)\cdot(x,y,z)=0 \Rightarrow \pi: x+y=0$ $r:\begin{cases} x=2+\lambda \\ y=-5+\lambda \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow Intersección \Rightarrow (2+\lambda)+(-5+\lambda)=0 \Rightarrow -3+2\lambda=0 \Rightarrow 2\lambda=3 \Rightarrow \lambda=\frac{3}{2} \Rightarrow$ $Q\begin{cases} x=2+\frac{3}{2} \\ y=-5+\frac{3}{2} \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow Q\left(\frac{7}{2},-\frac{7}{2},2\right) \Rightarrow \overrightarrow{OQ}=\left(\frac{7}{2},-\frac{7}{2},2\right)-(0,0,0)=\left(\frac{7}{2},-\frac{7}{2},2\right) \Rightarrow$ $d(O,r)=\lvert\overrightarrow{OQ}\rvert=\sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2+\left(-\frac{7}{2}\right)^2+2^2}=\sqrt{\frac{49+49+16}{4}}=\frac{\sqrt{114}}{2}u^2$
19 Oviedo 16 Fase específica Junio A	**Ejercicio 2.-** a) Obtenga el punto proyección ortogonal de **P(1 , 3 , 4)** sobre el plano $\pi: 2x-y+z-3=0$. **(1,5 puntos)** b) Halle el punto simétrico de P respecto del plano π. **(1 punto)** a) El vector director del plano π es el de la recta **r** que es perpendicular a él y que pasa por el punto dado. El punto de intersección **Q** de la recta **r** hallada y el plano π es el pedido $\overrightarrow{v_r}=\overrightarrow{v_\pi}=(2,-1,1) \Rightarrow r:\begin{cases} x=1+2\lambda \\ y=3-\lambda \\ z=4+\lambda \end{cases} \Rightarrow \pi: 2x-y+z-3=0 \Rightarrow 2(1+2\lambda)-(3-\lambda)+(4+\lambda)-3=0$ $2+4\lambda-3+\lambda+4+\lambda-3=0 \Rightarrow 6\lambda=0 \Rightarrow \lambda=0 \Rightarrow Q\begin{cases} x=1+2\cdot 0 \\ y=3-0 \\ z=4+0 \end{cases} \Rightarrow Q(1,3,4)$

SOLUCIONES EJERCICIOS (1, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 13, 15, 17, 18, 19) SERIE 5

	b) El punto **Q** de intersección, hallado, de la recta r y el plano es el punto medio entre el punto **P** y su simétrico **P'**. $\begin{cases} 1 = \dfrac{1 + x_{P'}}{2} \Rightarrow 1 + x_{P'} = 2 \Rightarrow x_{P'} = 1 \\ 3 = \dfrac{3 + y_{P'}}{2} \Rightarrow 3 + y_{P'} = 6 \Rightarrow y_{P'} = 3 \Rightarrow P'(1, 3, 4) \\ 4 = \dfrac{4 + z_{P'}}{2} \Rightarrow 4 + z_{P'} = 8 \Rightarrow z_{P'} = 4 \end{cases}$ El punto **P, Q** y **P'** es el mismo al pertenecer al plano π