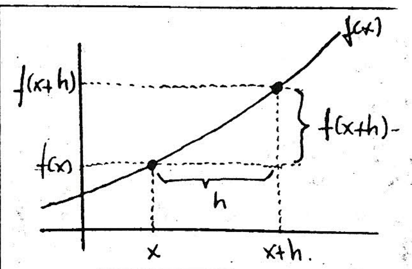
TEMA 6: DERIVADAS

TASA de VARIACIÓN MEDIA

La tasa de variación media o pendiente de la función $f(x)$ en el intervalo $[x, x+h]$ se designa por t_m y viene dada por

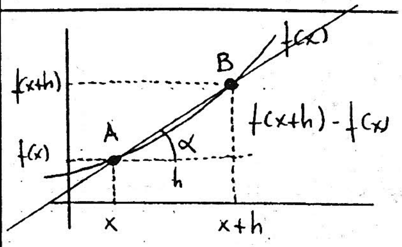
$$t_m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$



INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA de t_m.

Se puede interpretar como la pendiente de la recta AB

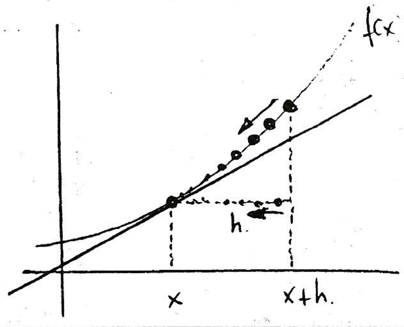
$$m_{\overline{AB}} = \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{\text{cat. op}}{\text{cat. ad.}} = tg\,\alpha$$



TASA de VARIACIÓN INSTANTÁNEA

La tasa de variación instantánea en un punto, es el límite de las tasas de variación media cuando los intervalos considerados se hacen cada vez más pequeños

$$TVI(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} t_m$$



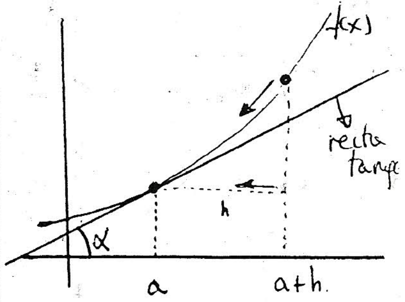
DERIVADA de una FUNCIÓN en un PUNTO

La de la función $f(x)$ en el punto de abcisa $x=a$ es el límite, si existe dado por

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = f'(a)$$

Si el límite existe, se dice que $f(x)$ es derivable en $x=a$

- La TVI es la derivada
- La derivada de una función en un punto es un número real
- La derivada en un punto puede ser positiva, negativa o nula



INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA de la derivada de una función en un punto.

Representa la pendiente de la recta tangente a $f(x)$ en $x=a$.

$$f'(a) = tg\,\alpha = m_{\text{recta en } a}$$

FUNCIÓN DERIVADA

Si una función $f(x)$ es derivable en su dominio, es posible definir una nueva función que asocie a cada número real del dominio la derivada en ese punto.

Esta función así definida se llama función derivada, o simplemente derivada.

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

TABLA de DERIVADAS

EJERCICIOS

-Ejercicios de la hoja: Tasa de variación. Derivadas con definición. Derivadas. + Derivadas.

-Ejercicios del libro. 1, 2, 3, 4, 21, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 56, 57, 63, 66, 68, 71, 72, 82, 83.

DERIVADAS

FUNCION	DERIVADA
$y = k$	$y' = 0$
$y = ax + b$	$y' = a$
$y = u + v$	$y' = u' + v'$
$y = u \cdot v$	$y' = u'v + vu'$
$y = k \cdot u$	$y' = k\,u'$
$y = \frac{u}{v}$	$y' = \frac{vu' - uv'}{v^2}$
$y = u^k$	$y' = k\,u^{k-1} \cdot u'$
$y = \sqrt{u}$	$y' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$
$y = \sqrt[n]{u}$	$y' = \frac{1}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}} \cdot u'$
$y = L\,u$	$y' = \frac{1}{u} \cdot u'$
$y = \log_a u$	$y' = \frac{1}{u} \log_a e \cdot u'$
$y = e^u$	$y' = e^u \cdot u'$
$y = a^u$	$y' = a^u\, L\, a \cdot u'$
$y = \operatorname{sen} u$	$y' = \cos u \cdot u'$
$y = \cos u$	$y' = -\operatorname{sen} u \cdot u'$
$y = \operatorname{tg} u$	$y' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$
$y = \operatorname{cotg} u$	$y' = \frac{-1}{\operatorname{sen}^2 u} \cdot u'$
$y = \operatorname{arc\,sen} u$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2}} \cdot u'$
$y = \operatorname{arc\,cos} u$	$y' = \frac{-1}{\sqrt{1 - u^2}} \cdot u'$
$y = \operatorname{arc\,tg} u$	$y' = \frac{1}{1 + u^2} \cdot u'$

Regla de la cadena :

$y = f\big(g(x)\big)$ $\qquad$ $y' = f'\big(g(x)\big) \cdot g'(x)$

Derivada de la función inversa :

$y = f^{-1}(x)$ $\qquad$ $y' = \frac{1}{f'(y)}$