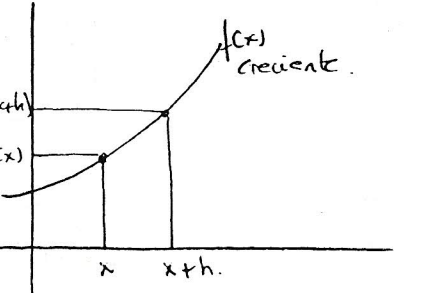
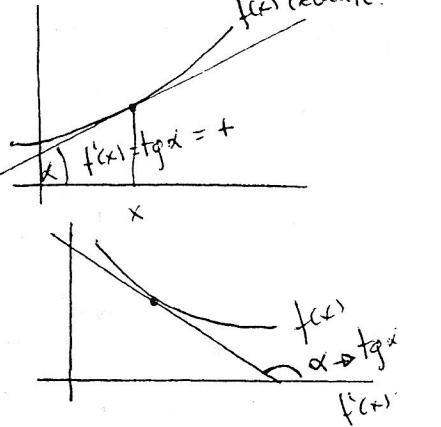
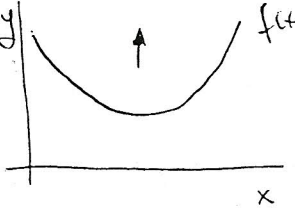
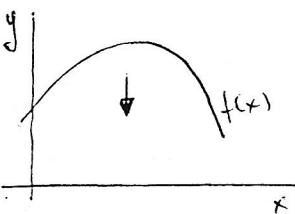
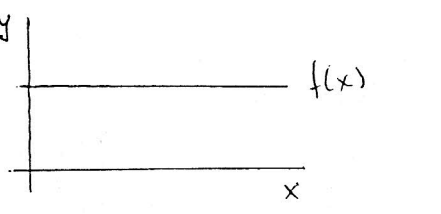
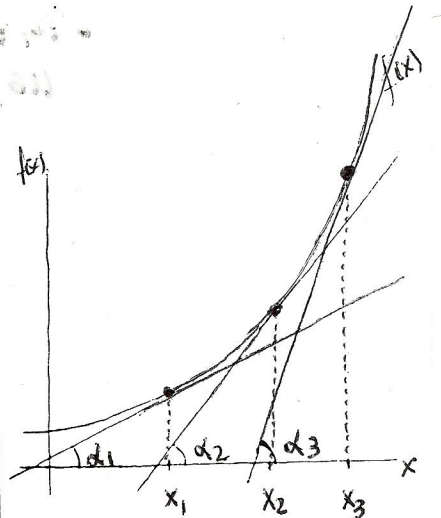
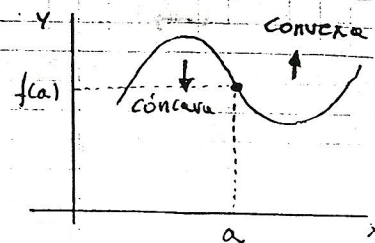


TEMA 7: MONOTONÍA Y CURVATURA. APLICACIONES de la DERIVADA

CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO EN UN INTERVALO: MONOTONÍA	Una función $f(x)$ definida en un intervalo es $\begin{cases} \text{creciente} \\ \text{constante} \\ \text{decreciente} \end{cases}$ si para todo par de valores x y $x+h$, siendo $h > 0$, se verifica que $\begin{cases} f(x) < f(x+h) \\ f(x) = f(x+h) \\ f(x) > f(x+h) \end{cases}$ Las funciones crecientes o decrecientes en un intervalo se llaman también MONOTONAS.	
DERIVADAS Y MONOTONÍA	Si la derivada $f'(x)$ de una función $f(x)$ es $\begin{cases} > 0 \\ = 0 \\ < 0 \end{cases}$ en el intervalo $[a, b]$ entonces la función $f(x)$ es $\begin{cases} \text{creciente} \\ \text{constante} \\ \text{decreciente} \end{cases}$	
CURVATURA: CONCAVIDAD Y CONVEXIDAD	 CONVEXA CONCAVA HACIA +Y  CONCAVA CONCAVA HACIA -Y	 LINEAL
DERIVADAS Y CURVATURA	Si la derivada segunda de una función $f(x)$ es $\begin{cases} \text{igual a } 0 \\ \text{mayor que } 0 \\ \text{menor que } 0 \end{cases}$ en el intervalo $[a, b]$, entonces la función $f(x)$ es $\begin{cases} \text{lineal} \\ \text{convexa} \\ \text{cóncava} \end{cases}$ <u>Explicación:</u> Para una función convexa pasando de izquierda a derecha (de x), los ángulos que forman las rectas tangentes con el eje OX van aumentando: $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \dots \Rightarrow \text{tg } \alpha_1 < \text{tg } \alpha_2 < \text{tg } \alpha_3 < \dots$ y por tanto $f'(x_1) < f'(x_2) < f'(x_3) < \dots$ Esto quiere decir que la función primera derivada es CRECIENTE. Si le hacemos la derivada de una función CRECIENTE es +, y esa derivada, sería la derivada de la derivada, es decir, la segunda derivada.	

PUNTOS de INFLEXIÓN

- * Una función tiene un punto de inflexión en $(a, f(a))$ si la función cambia de curvatura en dicho punto.
- * Su derivada segunda se anula en esos puntos $f''(a) = 0$

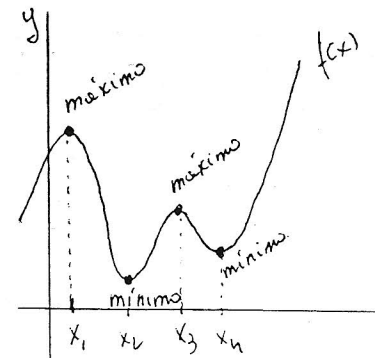


PUNTOS EXTREMOS: MÁXIMOS Y MÍNIMOS

- * La función $f(x)$ tiene en el punto $P(a, f(a))$ un máximo o un mínimo si existe un entorno de a , $E(a, h)$ tal que para todo $x \neq a$ de dicho entorno se verifica $f(x) < f(a)$ o $f(x) > f(a)$

- * Si una función tiene puntos extremos (máximos o mínimos), entonces su derivada se anula en ellos, $f'(a) = 0$

- * ESTUDIO de los EXTREMOS de una FUNCIÓN: 1º se hace la derivada y se estudian los puntos que la anulan y 2º se estudia el entorno de esos puntos o bien se hace la derivada 2ª a ver si el $\wedge$ o $\vee$



PROBLEMAS

SOBRE

MÁXIMOS Y

MÍNIMOS

(OPTIMIZACIÓN de FUNCIONES).

Son problemas en que hay que plantear una función, normalmente con datos sacados de fenómenos reales y que hay que ver para qué valores de la variable es máxima o mínima. (Haciendo normalmente la 1ª derivada, igualándola a 0 y estudiando el resultado obtenido).

PROBLEMAS

Crecimiento y decrecimiento: 5, 6, 7, 8, 9, 10, 59, 66, 67, 68, 71, 72, 73, 74, 75, 76

77, 78, 79, 80, 81, 82, 83.

Curvatura: 11, 12, 13, 14, 84, 87.

Optimización: Puestos en la hoja anterior.