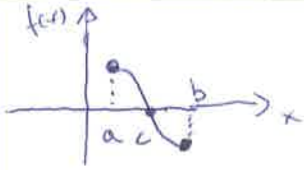
LÍMITES Y CONTINUIDAD

T. de BOLZANO

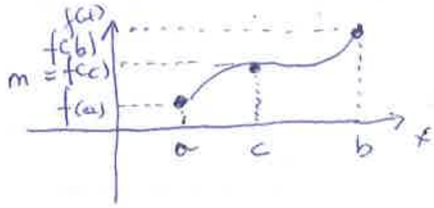
Sea $f(x)$ continua en $[a,b]$ y signo de $f(a) \neq$ signo $f(b)$, entonces $\exists$ al menos un número $c \in (a,b) \,/\, f(c)=0$



T. valores INTERMEDIOS (DARBOUX)

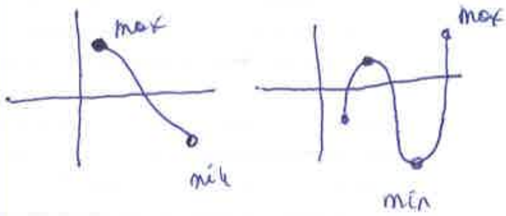
Sea $f(x)$ continua en $[a, b]$ entonces en el intervalo (a,b), $f(x)$ toma todos los valores m comprendidos entre $f(a)$ y $f(b)$

ó Si $f(a)<m<f(b)$, $\exists\, c \in (a,b) \,/\, f(c)=m$



T. de WEIERSTRASS

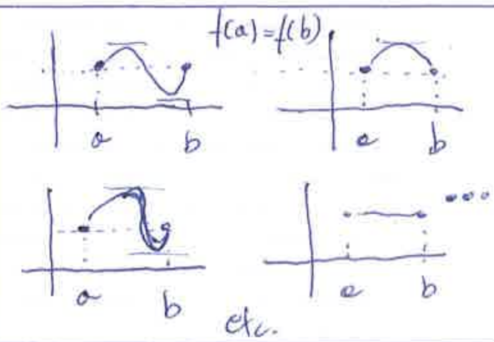
Si $f(x)$ continua en $[a, b]$ entonces alcanza $f(x)$ en ese intervalo un máximo y un mínimo absoluto



APLICACIONES de la DERIVADA

T. de ROLLE

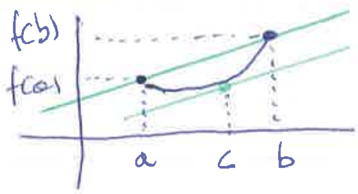
Si una función $f(x)$ es continua en el intervalo $[a,b]$, derivable en (a,b) y $f(a)=f(b)$ entonces $\exists\, c \in (a,b) \,/\, f'(c)=0$



T. del Valor MEDIO || T. de LAGRANGE

Si $f(x)$ continua en $[a,b]$ y derivable en (a,b) entonces $\exists\, c \in (a,b)$ /

$$f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$



T. del VALOR MEDIO GENERALIZADO || T. CAUCHY

Si $f(x)$ y $g(x)$ continuas en $[a,b]$ y derivables en (a,b). Con $g(a) \neq g(b)$ y $g'(x) \neq 0$

$\exists\, c \in (a,b) \,/\, \dfrac{f'(c)}{g'(c)} = \dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}$

Por T. valor Medio:

$$f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \;;\; g'(c) = \frac{g(b)-g(a)}{b-a}$$

$$\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}$$

REGLA de L'HÔPITAL

$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0\cdot\infty$ ...

Si $f(x)$ y $g(x)$ continuas en $[a,b]$, derivables en (a,b), con $f(c)=0$ y $g(c)=0$; $g'(c)\neq 0$

Si $\exists \lim L$ de f'/g' en c, entonces $\exists \lim$ de f/g en c y es igual a L

$$\boxed{\lim_{x\to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to c} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L}$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(x)-\overset{=0}{f(c)}}{g(x)-g(c)} = \overset{\text{por Cauchy}}{\frac{f'(t_x)}{g'(t_x)}}$$

Si $x \to c$ $\qquad$ t_x: entre x y c

$$\lim_{x\to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to c} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$$