

El alumno deberá responder a cuatro bloques elegidos entre los seis que siguen.

La contestación deberá ser siempre razonada.

Cada uno de los bloques de preguntas puntúa por igual (2,5 puntos).

1. En una farmacia se comercializan tres tipos de champú de cierta marca: normal, con vitaminas y anticasca. Se sabe que el precio al que se vende el normal es de 2 euros y el de vitaminas es de 3 euros. Se desconoce el precio al que se vende el anticasca. Por otro lado, el dinero total obtenido por la venta de los 3 tipos de champú el mes pasado fue de 112 euros y el dinero obtenido en ventas con el champú normal fue 56 euros inferior al dinero total obtenido en ventas con el resto. Además, el dinero total obtenido en ventas con el champú en vitaminas y el anticasca fue el mismo que el que hubiera obtenido vendiendo 28 unidades de anticasca y ninguna de las demás.
 - (a) Plantea un sistema de ecuaciones (en función del precio desconocido del champú anticasca, que puedes llamar, por ejemplo, m) donde las incógnitas (x , y , z) sean las unidades vendidas el mes pasado de cada tipo de champú.
 - (b) ¿Qué puedes concluir sobre el precio del champú anticasca a partir de un estudio de la compatibilidad del sistema?
 - (c) Si se sabe que el número de unidades vendidas del anticasca fue 20, utiliza el resultado del apartado (b) para calcular las unidades vendidas de los otros dos.

2. Un distribuidor de software informático que realiza también funciones de servicio técnico, tiene en su cartera de clientes tanto a empresas como a particulares. En base a los objetivos marcados por el fabricante, al finalizar este año ha de conseguir al menos 20 empresas como clientes en su cartera, y el número de clientes particulares que consiga deben ser como mínimo el doble que de empresas. Además, por razones de eficiencia del servicio post-venta tiene estipulado un límite global de 90 clientes anuales. Finalmente, cada empresa produce 286 euros de ingresos anuales y cada particular 179 euros.
 - (a) ¿Cuáles pueden ser las distintas opciones de composición de su cartera? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones.
 - (b) ¿Cuál de esas combinaciones le proporcionaría los mayores ingresos al finalizar el año? ¿A cuánto ascenderán dichos ingresos?

3. El porcentaje de ocupación de una cafetería entre las 13 y las 21 horas se explica bastante bien por la siguiente función ($P(x)$ representa el porcentaje de ocupación a las x horas):

$$P(x) = (x^2 - 55x)(x + 1) + 1015x - 5542 \quad 13 \text{ £ } x \text{ £ } 21$$

- (a) Indica los intervalos de tiempo en que la ocupación crece y aquellos en que decrece.
- (b) Dibuja la función. ¿Cuándo se alcanza el porcentaje de ocupación más alto?, ¿y el más bajo?; ¿cuánto valen?
- (c) ¿La función tiene algún máximo o mínimo relativo que no sea absoluto?

4. Dada la función $f(x) = 3ax^2 + \frac{2a}{x^3} + 5$ ($x > 0$), donde a es una constante:

- (a) Encuentra el valor de a sabiendo que cierta función F es una primitiva de f y que verifica que $F(1) = 6$ y $F(2) = 42$.
- (b) Dibuja la función f para el valor de a obtenido en el apartado anterior y encuentra también en ese caso el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 1$ y $x = 2$.

5. En cierto curso de un centro de enseñanza el 62,5 % de los alumnos aprobaron Matemáticas. Por otro lado, entre quienes aprobaron Matemáticas, el 80 % aprobó también Física. Se sabe igualmente que sólo el 33,3 % de quienes no aprobaron Matemáticas aprobaron Física.

- (a) ¿Qué porcentaje consiguió aprobar ambas asignaturas a la vez?
- (b) ¿Cuál fue el porcentaje de aprobados en la asignatura de Física?
- (c) Si un estudiante no aprobó Física, ¿qué probabilidad hay de que aprobara Matemáticas?

6. En un hospital se observó que los pacientes abusaban del servicio de urgencias, de forma que un 30 % de las consultas podían perfectamente haber esperado a concertar una cita con el médico de cabecera, porque no eran realmente urgentes. Puesto que esta situación ralentizaba el servicio, se realizó una campaña intensiva de concienciación. Transcurridos unos meses se ha recogido información de 60 consultas al servicio, de las cuales sólo 15 no eran realmente urgencias:

- (a) Hay personal del hospital que defiende que la campaña no ha mejorado la situación. Plantea un test para contrastar esta hipótesis frente a que sí la mejoró. Si se concluye que la situación no ha mejorado y realmente sí lo hizo, ¿cómo se llama el error cometido?
- (b) ¿A qué conclusión se llega en el test planteado en el apartado anterior con un nivel de significación del 1 %?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1: $F(0) = 0,5$, $F(0,01) = 0,5$, $F(0,85) = 0,80$, $F(2,33) = 0,99$, $F(60) = 1$.)