

El alumno deberá responder a cuatro bloques elegidos entre los seis que siguen.

La contestación deberá ser siempre razonada.

Cada uno de los bloques de preguntas puntúa por igual (2,5 puntos).

1. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & a \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} z \\ z \\ z \end{pmatrix}$

- (a) Sabiendo que $AB = 2C - D$, plantea un sistema de 3 ecuaciones y 3 incógnitas (representadas por x, y, z) donde a es cierto valor desconocido.
- (b) Si se supiera que el sistema tiene solución, ¿podríamos descartar algún valor de a ?
- (c) Si se supiera que el sistema tiene solución única, ¿podríamos descartar algún valor de a ?
- (d) ¿Hay algún valor de a para el que el sistema tenga más de una solución?
2. Una gestoría financiera que ofrecía hasta ahora tan solo préstamos personales pretende añadir a su cartera de productos los préstamos hipotecarios y se ve en la necesidad de rediseñar su política de firmas mensuales en base a los siguientes requerimientos:
- Debe firmar mensualmente al menos 2 préstamos hipotecarios, pero por las dificultades que genera la introducción de ese producto no puede superar las 8 firmas mensuales de dichos préstamos. Por la misma razón, el número de firmas mensuales de préstamos hipotecarios ha de ser como máximo la mitad de las firmas mensuales de préstamos personales. Por otro lado, los costes de gestión son de 15.000 pta para cada firma de préstamo personal y de 30.000 pta para cada una de hipotecarios, no pudiéndose superar las 60.000 pta de gastos mensuales totales de gestión. Si la comisión a percibir por la firma de cada préstamo personal es de 40.000 pta y de 100.000 para cada hipotecario:
- (a) Se pretende calcular las unidades de cada producto que puede firmar mensualmente cumpliendo los requerimientos de su nueva política de firmas. Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. Si un mes firma 10 personales y 8 hipotecarios, ¿cumple esos requerimientos?
- (b) Calcula las unidades de cada producto que ha de firmar un mes para maximizar la comisión total y cumplir todos los requerimientos de su política. ¿A cuánto asciende dicha comisión?
3. La cotización en pesetas de cierta moneda en los últimos 5 años y medio se ajusta bastante bien a la siguiente función ($C(t)$ indica la cotización en el tiempo t medido en años):

$$C(t) = (-t^2 + 1)(t - 9) - 16t + 59$$

- (a) Encuentra el intervalo o intervalos de tiempo en que la cotización creció, y aquel o aquellos en que decreció.
- (b) ¿En qué momentos hubo una cotización más baja y más alta?. ¿Cuáles fueron esas cotizaciones?
- (c) ¿Tiene la función $C(t)$ algún punto de inflexión? Esboza un dibujo de dicha función.

4. Dada la función $f(x) = (x + a)e^{\frac{x}{2}+1}$, donde a es una constante:

(a) Encuentra una primitiva de f .

(b) Calcula a sabiendo que $\int_{-2}^2 f(x)dx = 8$. Justificar que, para ese valor de a , $2xe^{\frac{x}{2}+1}$ no es primitiva de f .

5. Se ha realizado una pequeña encuesta a un grupo de estudiantes de informática. Entre sus conclusiones está que un 40 % ha recibido ya algún cursillo de informática. Además, el 20 % de quienes recibieron con anterioridad algún cursillo de informática tiene ordenador en casa. Un 10 % de estudiantes tiene ordenador en casa y no recibió con anterioridad cursillo de informática.

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante tenga ordenador en casa y haya recibido un cursillo de informática con anterioridad?
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante tenga ordenador en casa?
- (c) Si un estudiante tiene ordenador en casa, ¿cuál es la probabilidad de que ya haya recibido un cursillo de informática?

6. Una de las entradas a cierta ciudad sufría constantemente retenciones de tráfico, de forma que el tiempo de espera en la cola formada por el semáforo allí instalado seguía una Normal de media 10 minutos y desviación típica de 4 minutos. Con el fin de descongestionar ese punto y bajar la media de tiempo de espera, se habilitó una vía de acceso auxiliar. Transcurrida una semana se hizo un pequeño estudio sobre 36 vehículos y se obtuvo que el tiempo medio de espera en el citado semáforo fue de 8,5 minutos. Las autoridades municipales mostraron su satisfacción y dijeron que la medida había funcionado, pero la opinión pública, sin embargo, defiende que la situación sigue igual.

Suponiendo que la desviación típica se ha mantenido:

- (a) Plantea un test para contrastar la hipótesis defendida por la opinión pública frente a la de los responsables municipales. Si se concluye que la media de tiempo de espera bajó y realmente no lo hizo, ¿cómo se llama el error cometido?
- (b) ¿A qué conclusión se llega a un nivel de significación del 5 %?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1: $F(36) = 1$, $F(2,25) = 0,99$, $F(1,645) = 0,95$, $F(0,05) = 0,5199$.)