

El alumno deberá responder a cuatro bloques elegidos entre los seis que siguen.

La contestación deberá ser siempre razonada.

Cada uno de los bloques de preguntas puntúa por igual (2,5 puntos).

1. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & -3 & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ a \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ donde a es desconocido.

- (a) Sea el sistema de 3 ecuaciones con tres incógnitas cuya matriz de coeficientes es A y de términos independientes B . ¿Puede, para algún valor de a , no tener solución este sistema? ¿Para qué valor de a el sistema tiene solución única?
- (b) Si la matriz de coeficientes es A pero la de términos independientes es C , ¿es posible que para algún valor de a el sistema no tenga solución? Encuentra un valor de a para el que el sistema tenga más de una solución y calcula dos de ellas?

2. Un representante comercial del sector de las telecomunicaciones se plantea maximizar la comisión total que obtenga este mes por la venta de dos productos: teléfono móvil con contrato de alta y teléfono móvil con tarjeta. La comisión es de 15 euros por cada móvil con alta y 10 euros por cada uno con tarjeta.

La política comercial de la empresa exige que el número de teléfonos vendidos con alta cada mes no pueda ser superior al número de teléfonos vendidos con tarjeta. Así mismo, la venta de cada teléfono lleva asociados unos costes administrativos de 1 euro, y la empresa también obliga a cada representante a que el coste total por venta no supere los 100 euros al mes. Finalmente, la empresa obtiene unos beneficios de 6 euros por cada venta de teléfono con alta y de 2 euros por cada venta de teléfono con tarjeta, y pide a cada representante que los beneficios totales obtenidos por la venta de teléfonos con alta cada mes supere en al menos 120 euros a los beneficios totales obtenidos por la venta de teléfonos con tarjeta.

- (a) Se pretende calcular las unidades de cada producto que puede vender este mes aunque no maximice la comisión total. Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podría vender 60 unidades de cada producto?
- (b) Calcula las unidades de cada producto que ha de vender para maximizar la comisión. ¿A cuánto asciende dicha comisión?

3. Según cierta teoría médica el peligro de un virus se mide en función del tiempo que lleva en el organismo mediante la siguiente expresión ($P(t)$ es el peligro para un tiempo de t minutos):

$$P(t) = \begin{cases} t^2 & 0 \leq t \leq 5 \\ \frac{50t - 62,5}{0,5t + 5} & t > 5 \end{cases}$$

- (a) Estudia la continuidad del peligro como función del tiempo.
- (b) El peligro del virus ¿crece a medida que permanece más tiempo en el organismo?
- (c) Por mucho tiempo que lleve en el organismo, ¿puede superar el virus una peligrosidad de 95?, ¿y de 100?
4. Dada la función $f(x) = x^3 - 27 + axe^{x^2}$, donde a es una constante:
- (a) Encuentra una primitiva de f .
- (b) Si $a = 0$, dibuja la función f para $x \geq 0$ y encuentra el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 2$ y $x = 4$.
5. El 70 % de los solicitantes de trabajo tiene experiencia y, además, una formación acorde con el puesto. Sin embargo, hay un 20 % que tiene experiencia y no una formación acorde con el puesto. Se sabe también que entre los solicitantes que tienen una formación acorde con el puesto, un 87,5 % tiene experiencia.
- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que un solicitante no tenga experiencia?
- (b) Si un solicitante tiene experiencia, ¿cuál es la probabilidad de que su formación sea acorde con el puesto?
- (c) Calcula la probabilidad de que un solicitante tenga formación acorde con el puesto.
6. El alcalde de una ciudad prometió en su programa oponerse a la construcción de una central de tratamiento de ciertos residuos, puesto que en aquel momento sólo un 10% de los ciudadanos estaban a favor de la central. En los últimos días se ha encuestado a 100 personas de las cuales 14 están a favor de la central. El alcalde afirma sin embargo que el porcentaje de ciudadanos a favor sigue siendo del 10 % o incluso ha disminuido.
- (a) Plantea un test para contrastar la hipótesis defendida por el alcalde, frente a que sucedió lo contrario, como parecen indicar los datos. Si se concluyera que el porcentaje ha aumentado y esta fuera falsa, ¿cómo se llama el error cometido?
- (b) Explica claramente a qué conclusión se llega en el test planteado en el apartado anterior para un nivel de significación del 5 %?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1: $F(100) = 1$, $F(1,33) = 0,91$, $F(1,645) = 0,95$, $F(0,05) = 0,5199$.)