

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

- > Responde en el pliego en blanco a **cuatro preguntas** cualesquiera de entre las ocho que se proponen. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2.5 puntos**.
- > Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o que no coincidan con las indicadas conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s).

Pregunta 1. Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & m \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & m \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 2m \\ -2m & -1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ y } E = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- a) **[1 punto]** Si $(A \cdot B - C) \cdot D = E$, plantea un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas (representadas por x e y) en función del parámetro m .
- b) **[1.5 puntos]** ¿Para qué valores de m el sistema anterior tiene solución? En caso de existir solución, ¿es siempre única? Resuelve el sistema para $m = -1$.

Pregunta 2. El aforo de un local en el que se ofrecerá un espectáculo infantil es de 180 personas. En global, el número de adultos debe ser, al menos, la cuarta parte del número de menores y el número de menores, al menos, la mitad del número de adultos. Si no asisten, al menos, 45 personas, el espectáculo se cancelará. Cada entrada infantil cuesta 10 euros y cada una de adulto, 18 euros.

- a) **[1.75 puntos]** ¿Cuántos adultos y cuántos menores pueden asistir al espectáculo? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podrían asistir 40 adultos y 35 niños?
- b) **[0.75 puntos]** Para maximizar ingresos, ¿cuántos adultos y cuántos menores deberían asistir? ¿Cuáles serían los ingresos en ese caso?

Pregunta 3. El tiempo en minutos que un empleado tarda en completar cierta tarea (f) se puede expresar en función de las horas de experiencia (x) como sigue:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x^2}{2000} + 50 & \text{si } 0 \leq x \leq 200 \\ \frac{x^2}{1000} - \frac{3x}{5} + a & \text{si } 200 < x \leq 300 \end{cases}$$

- a) **[0.75 puntos]** Determina el valor de «a» para que el tiempo de ejecución de la tarea sea continuo entre 0 y 300 horas.
- b) **[1.75 puntos]** Considerando el valor de «a» obtenido en el apartado anterior, estudia y representa gráficamente la función f en el intervalo $[0, 300]$. ¿Cuál es el tiempo máximo que puede tardar un empleado en realizar la tarea? ¿Y el mínimo?

Pregunta 4. Dada la función $f(x) = -x^2 - 2x + 3$, se pide:

- a) **[0.5 puntos]** Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(1) = 1$.
- b) **[2 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio. Calcular el área limitada por la curva f y el eje X entre $x = -2$ y $x = 2$.

Pregunta 5. El 60 % de las viviendas anunciadas en una inmobiliaria se alquilan, el resto se venden. Por otra parte, el 30 % de las viviendas que se alquilan y el 60 % de las que se venden son chalés. El resto son pisos.

- a) **[1.25 puntos]** Si se elige un piso al azar en esa inmobiliaria, ¿cuál es la probabilidad de que se alquile?
- b) **[1.25 puntos]** Si se elige una vivienda al azar, ¿cuál es la probabilidad de que esté en venta o sea un chalé?

Pregunta 6. De cierta región se sabe que el 40 % de los habitantes tienen hijos, el 20 % de los habitantes tienen estudios superiores y el 5 % de los habitantes tienen tanto hijos, como estudios superiores.

- a) **[1.25 puntos]** Elegido un habitante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga ni hijos, ni estudios superiores?
- b) **[1.25 puntos]** Elegido al azar un habitante de entre los que tienen estudios superiores, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga hijos?

Pregunta 7. El importe de las hipotecas concedidas por una entidad financiera sigue distribución normal con desviación 35 miles de euros.*

- a) **[1.5 puntos]** Para estimar el importe medio poblacional, se considera una muestra aleatoria de 150 hipotecas, para las que el importe medio fue de 138 miles de euros. Construye, a partir de estos datos, un intervalo de confianza para el importe medio poblacional, con un nivel de confianza del 90%.
- b) **[1 punto]** ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el verdadero importe medio a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 5000 euros y un nivel de confianza del 95%?

Pregunta 8. Una empresa de telecomunicaciones hace una encuesta antes de instalar fibra en una región. Para ello selecciona al azar a 180 hogares de la zona y, tras mostrarles su oferta, anota si el hogar contrataría la fibra con esa empresa o no. El resultado del sondeo es que 130 de los hogares encuestados contratarían su fibra.*

- a) **[1.5 puntos]** Construye, a partir de estos datos, un intervalo de confianza para la proporción poblacional de hogares que contratarían su fibra, con un nivel de confianza del 95%.
- b) **[1 punto]** En el intervalo anterior, ¿cuánto vale el error de estimación? ¿Qué le ocurriría al error de estimación si, basándonos en la misma muestra, aumentásemos el nivel de confianza?

* Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1.28) = 0.90$, $F(1.64) = 0.95$, $F(1.96) = 0.975$, $F(2.33) = 0.99$ y $F(2.58) = 0.995$.