

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

- Responda en el pliego en blanco a **una opción** (A o B) de **cuatro** de las cinco preguntas cualesquiera que se proponen. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2.5 puntos**.
- Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o no coincidan con las indicadas conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s).

Pregunta 1. Opción A. Dada la función $f(x) = -x^3 - x^2 + 2x$:

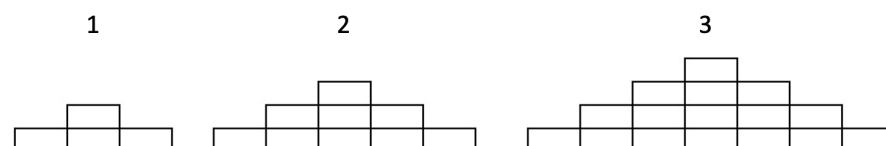
- a) Encuentra la primitiva F de f para la que $F(1) = 2$. **(0.5 puntos)**
- b) ¿Qué valor toma f en $x = 0$? Estudia la monotonía de f en $x = 0$. Determina un intervalo del dominio en el que f tome valores tanto positivos como negativos. ¿A partir de qué valor f decrece indefinidamente? Calcula el área limitada por la función f y el eje X entre $x = -1$ y $x = 1$. **(2 puntos)**

Pregunta 1. Opción B.

Una empresa vende 5000 kg de su producto cuando el precio por kg es de 500 euros. Si el precio aumenta y pasa a ser x euros por kg, la cantidad vendida disminuye en $10(x - 500)$ kg. Si el precio baja y pasa a ser x euros por kg, la cantidad vendida aumenta en $10(500 - x)$ kg.

- a) Determina la expresión de la función f que representa las ventas (en euros) de la compañía en función del precio por kg del producto (x). **(1 punto)**
- b) ¿Cuál debe ser el precio por kg del producto para que las ventas sean máximas? ¿Qué valor tendrían, en ese caso, las ventas? ¿Qué rango de valores del precio por kg del producto tiene sentido, es decir, da lugar a ventas positivas? **(1.5 puntos)**

Pregunta 2. Opción A. Observa la siguiente secuencia de figuras.

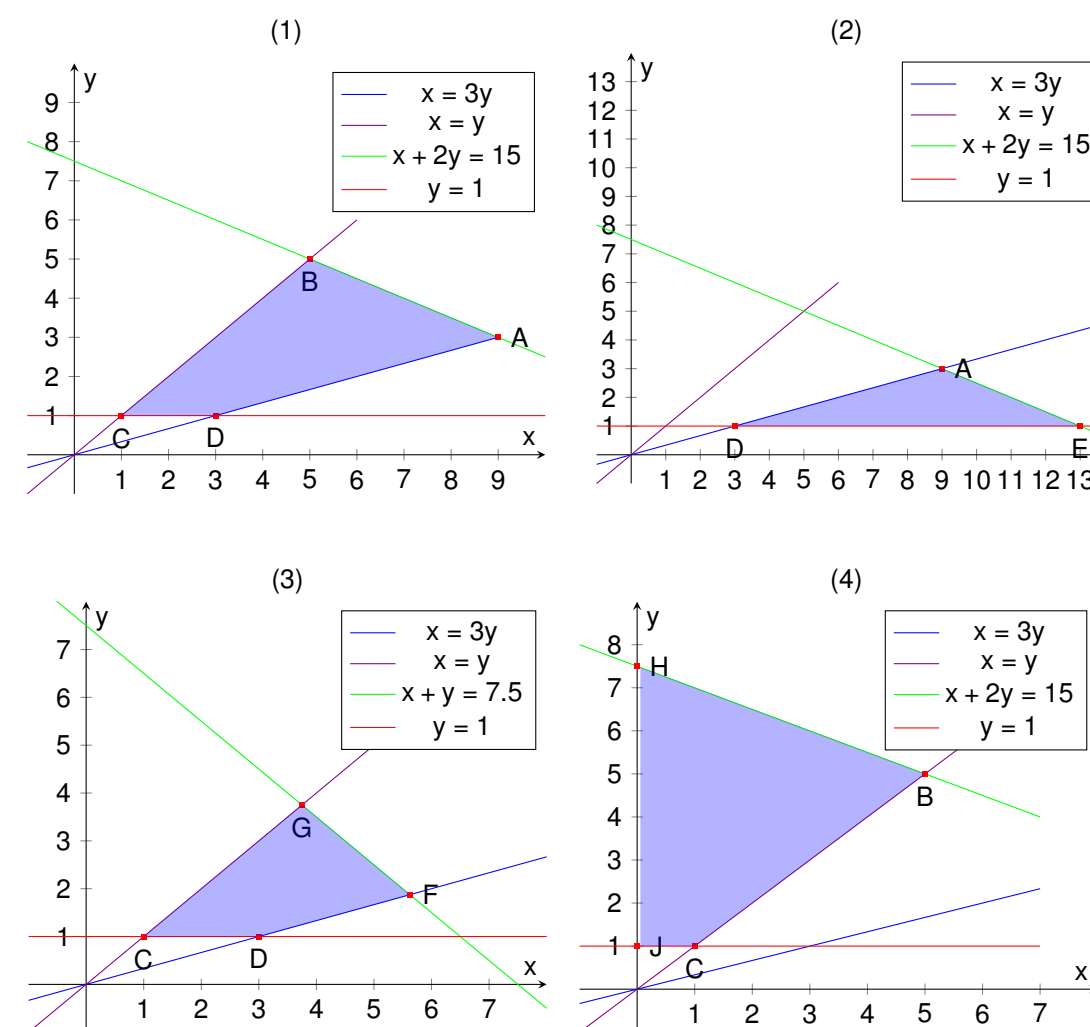


- a) Determina cuántos rectángulos habrá en la figura número 13. Encuentra una fórmula general que relacione el número de figura con el número de rectángulos, y explica cómo has llegado a ella, dejando claro qué representa cada símbolo que uses (por ejemplo: «con n represento el número de figura»). **(2 puntos)**
- b) Encuentra un número « x » mayor que 300 para el que exista una figura que tenga exactamente « x » rectángulos. ¿Qué número de figura sería? **(0.5 puntos)**

Pregunta 2. Opción B. Un terapeuta organiza el tiempo diario que dedica a tratar pacientes en sesiones de tipo A, que duran 30 minutos, y sesiones de tipo B, que duran 60 minutos. En total dedica, a lo sumo, 7 horas y media diarias a tratar pacientes y al menos una sesión al día siempre es de tipo B. Además, quiere tener al menos tantas sesiones diarias de tipo A como de tipo B y también quiere que el número de sesiones de tipo A sea, a lo sumo, el triple que el número de las de tipo B.

- a) ¿Puede dar en un día 8 sesiones de tipo A y 5 de tipo B? **(0.5 puntos)**

- b) Si llamamos « x » al número de sesiones de tipo A e « y » al número de sesiones de tipo B que hace el terapeuta, explica cuál de las siguientes representaciones se corresponde con las posibles soluciones a la pregunta ¿Cuántas sesiones de cada tipo puede programar el terapeuta? **(1.5 puntos)**



- c) Si por las sesiones de tipo B cobra el triple que por las sesiones de tipo A, ¿cuántas sesiones de cada tipo hacen máximo el beneficio diario? **(0.5 puntos)**

Pregunta 3. Opción A. Dado el sistema de ecuaciones siguiente, con incógnitas x e y :

$$\begin{cases} x - y = -m \\ 10x + (10 + m)y = 150 \end{cases}$$

- a) ¿Para qué valores del parámetro m el sistema tiene una única solución? **(1.5 puntos)**

b) Si el sistema fuera:

$$\begin{cases} x - y = -\lambda \\ 10x + (10 + m)y = 150 \end{cases}$$

encuentra el valor de m y un valor de λ para los que el sistema tenga infinitas soluciones y calcula una de ellas. **(1 punto)**

Pregunta 3. Opción B. Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} m & 3 \\ 2m & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ m & 1 - m \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} m \\ 2 \end{pmatrix} \text{ y } E = \begin{pmatrix} 2m \\ 3 \end{pmatrix}.$$

a) Si $A \cdot B \cdot C + D = E$, plantea un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas (representadas por x e y) en función del parámetro m . **(1.5 puntos)**

b) Indica un valor de m para el cual el sistema no tenga solución y explica por qué. **(1 punto)**

Pregunta 4. Opción A. El 70 % de los asistentes a un partido de fútbol son aficionados del equipo local. El resto, del equipo visitante. Las entradas solo se pueden comprar por internet o en taquilla. El 30 % de los aficionados del equipo local y el 60 % de los aficionados del equipo visitante compraron su entrada por internet.

- a) Elegido un asistente al partido al azar, ¿cuál es la probabilidad de que comprase su entrada por internet? **(1.5 puntos)**
- b) Elegido al azar un asistente entre los que compraron su entrada en taquilla, ¿cuál es la probabilidad de que sea del equipo visitante? **(1 punto)**

Pregunta 4. Opción B. Una marca de bolsos comercializó tres modelos la pasada primavera. El 3 % del total de bolsos fabricados salieron defectuosos. Por otra parte, el 30 % de todos los bolsos fabricados eran de tipo A; el 35 %, de tipo B y el resto, de tipo C. Además se sabe que el 3 % de los de tipo A y el 5 % de los de tipo C salieron defectuosos.

- a) Elegido al azar un bolso entre los de tipo B, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso? **(1.5 puntos)**
- b) Elegido un bolso al azar entre los defectuosos, ¿es más probable que sea de tipo A o de tipo B? **(1 punto)**

Pregunta 5. Opción A.* El peso de los yogures de cierta marca sigue distribución normal con desviación típica 2.7 g.

- a) ¿Cuál es el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el verdadero peso medio a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 0.5 g y un nivel de confianza del 95 %? **(1 punto)**

b) Para verificar si el peso medio es realmente el que indica el envase, un cliente pesa 100 yogures obteniendo para ellos un peso medio de 148.5 g. De entre los siguientes intervalos, ¿cuál es imposible que sea un intervalo de confianza construido a partir de esta muestra para el peso medio de los yogures? De los tres restantes, ¿cuál tiene un mayor nivel de confianza y cuál es, en ese caso, el nivel? **(1.5 puntos)**

- (1) (147.971, 149.029)
- (2) (147.871, 149.129)
- (3) (149, 371, 150, 629)
- (4) (148.057, 148.943)

Pregunta 5. Opción B.* Un banco quiere estimar la proporción de clientes que realizan todas sus gestiones por internet.

- a) Determina el tamaño muestral mínimo necesario para estimar la verdadera proporción de clientes que realizan todas sus gestiones por internet a partir de la proporción muestral con un error de estimación máximo de 0.05 y un nivel de confianza del 99 %. **(1 punto)**
- b) A partir de una muestra aleatoria de 600 clientes se construyó un intervalo de confianza al nivel de confianza del 95 % para estimar la proporción de clientes que realizan todas sus gestiones por internet. El intervalo resultante fue (0.395, 0.475). ¿Cuántos clientes, de los 600 de la muestra, realizaron todas sus gestiones por internet? **(1 punto)**
- c) Según el intervalo de confianza del apartado anterior, ¿tiene sentido pensar que la verdadera proporción de clientes en la población que realizan todas sus gestiones por internet sea 0.5? Responde intentando medir o estimar de alguna forma cuánto te fías de tu razonamiento. **(0.5 puntos)**

* Algunos valores de la función de distribución F de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1.28) = 0.90$, $F(1.64) = 0.95$, $F(1.96) = 0.975$, $F(2.33) = 0.99$ y $F(2.58) = 0.995$.

Expresión del intervalo de confianza, al nivel de confianza $(1 - \alpha)100\%$, para la media poblacional de una variable con distribución normal de varianza conocida, a partir de una muestra de tamaño n :

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

Expresión del intervalo de confianza, al nivel de confianza $(1 - \alpha)100\%$, para la proporción poblacional, a partir de una muestra de tamaño n suficientemente grande (habitualmente se considera $n \geq 100$):

$$\left(\hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \right)$$

En ambas expresiones, $F(z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$.