MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

- Responda en el pliego en blanco a **una opción** (A o B) de **cuatro** de las cinco preguntas cualesquiera que se proponen. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2.5 puntos**.
- Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o no coincidan con las indicadas conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s).

Pregunta 1. Opción A. La velocidad de una montaña rusa, medida en km/h, durante los 20 primeros segundos del recorrido se puede aproximar por la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 7x & \text{si } 0 \leq x \leq 12 \\ \frac{-1}{108}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 34x + 220 & \text{si } 12 < x \leq 20 \end{cases}$$

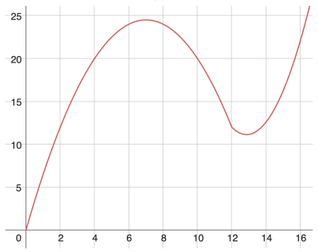
donde x representa el tiempo (en segundos) desde la salida.

a) ¿En qué intervalos de tiempo la velocidad aumenta y en cuáles decrece? **(1 punto)**

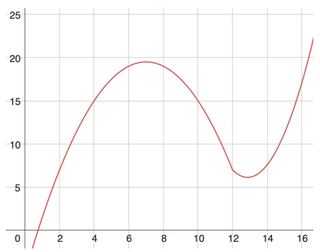
b) Tras el segundo 1 y antes del segundo 20, ¿la velocidad es inferior a 5 km/h en algún momento? ¿Supera los 70 km/h en algún momento? En caso afirmativo, indica cuándo. **(1 punto)**

c) Explica cuál de las siguientes figuras se corresponde con la gráfica de la función f. **(0.5 puntos)**

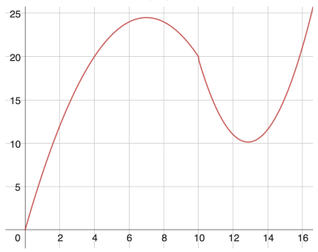
(i)



(ii)



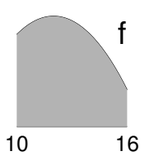
(iii)



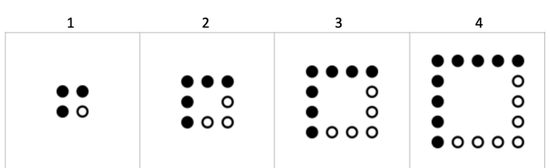
Pregunta 1. Opción B. Dada la función $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 6x - 30$:

a) Encuentra la primitiva F de f para la que se verifica que F(2) = 2. **(1 punto)**

b) La función f determina, entre x = 10 m y x = 16 m, el recorrido de una montaña rusa. Se quiere pintar de color gris la superficie bajo el recorrido en ese intervalo. Cada bote contiene pintura para 15 m^2 de superficie. ¿Cuántos botes serán necesarios para pintar toda esa superficie? **(1.5 puntos)**



Pregunta 2. Opción A. En una caseta de feria proponen un reto, a partir de las siguientes figuras.



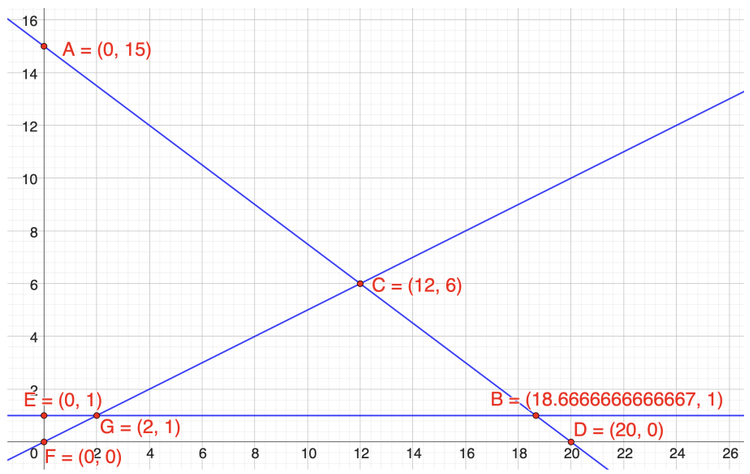
a) El reto consiste en adivinar cuántos puntos en total (negros y blancos) habrá en la figura número 17 y, además, decir cuántos de ellos serán puntos negros y cuántos blancos. Para quienes han superado este reto, se plantea uno más complicado: ¿eres capaz de encontrar una fórmula que relacione el número de figura con el número de puntos negros para una figura cualquiera? Explica cómo has llegado a ella, indicando qué representa cada símbolo que uses (por ejemplo: «n es el número de figura»). **(2 puntos)**

b) Dos clientes de la caseta, tras observar detenidamente el reto, tienen opiniones encontradas: una dice que no es posible que haya una figura que tenga un número par de puntos negros y otro dice que sí lo es. ¿A quién le das la razón? ¿Qué argumentos puedes utilizar para convencerlos? **(0.5 puntos)**

Pregunta 2. Opción B. En un parque de atracciones quedan 2 horas para el cierre. Una persona quiere repartir ese tiempo entre sus dos atracciones favoritas: dragón rojo y gran loop. Cada viaje en el dragón rojo se estima que dura 6 minutos. Cada viaje en gran loop dura unos 8 minutos. Quiere hacer al menos 1 viaje en el gran loop y que el número de viajes en el dragón rojo sea a lo sumo, el doble que el número de viajes en el gran loop.

a) Si se sube 8 veces en el dragón rojo, ¿cuántos viajes puede hacer en el gran loop? ¿Puede subir 6 veces a cada atracción? **(1 punto)**

b) Siendo «x» el número de viajes en el dragón rojo e «y» el número de viajes en el gran loop, a partir de la imagen, indica cuál es la región factible para el problema que consiste en resolver *cuántas veces puede subir esta persona a cada atracción*. Señala los vértices (p. ej.: «B, D, F y G») y justifica tu respuesta. **(1 punto)**



c) Si los viajes en el dragón rojo cuestan 5 euros y en el gran loop 3 euros, ¿cuánto dinero puede llegar a gastar, como máximo? ¿Y cuánto puede gastar, como mínimo? **(0.5 puntos)**

Pregunta 3. Opción A En una de las atracciones hay dos tipos de pases, el pase VIP y el normal, sus precios son, respectivamente, «x» e «y». Un grupo de personas pagó, en total, 90 € cuando compró un pase VIP y tres pases normales, mientras que otro grupo de personas pagó 15m € por comprar dos pases VIP y m pases normales. Para determinar el precio de cada pase, se utiliza el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + 3y &= 90 \\ 2x + my &= 15m \end{cases}$$

a) Si m = 15, ¿cuál fue el precio de cada tipo de pase? **(1 punto)**

b) Proporciona un valor de m para el cual el sistema tenga solución, pero esa solución carezca de sentido en el contexto del problema. Justifica tu respuesta. **(1 punto)**

c) ¿Para qué valor de m el sistema no tiene solución? Justifica tu respuesta. **(0.5 puntos)**

Pregunta 3. Opción B. Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -m \\ 3 & -8-m \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} m & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 4 \\ 6m-8 \end{pmatrix} \text{ y } E = \begin{pmatrix} 0 \\ -2m \end{pmatrix}.$$

a) Si $A \cdot B \cdot C = \frac{1}{2}D + E$, plantea un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas (representadas por x e y) en función del parámetro m. **(1.5 puntos)**

b) Encuentra un valor de m para el cual el sistema tenga infinitas soluciones. **(1 punto)**

Pregunta 4. Opción A. En la tómbola de un parque de atracciones se puede elegir entre 70 sobres, 40 son rojos y 30 son verdes. De los sobres rojos solo dos tienen el premio del peluche gigante, el 75 % tienen «siga jugando» y el resto tienen otro tipo de premios. Entre los sobres verdes, tres contienen peluches gigantes, 23 tienen «siga jugando» y el resto, otros premios.

a) ¿Es más probable conseguir un peluche gigante si se elige un sobre verde o uno rojo? Si se elige un sobre al azar, ¿cuál es la probabilidad de ganar un peluche gigante? **(1.5 puntos)**

b) Si al elegir un sobre, sin poder ver el color, el premio no fue el peluche gigante y tampoco tenía «siga jugando», ¿cuál es la probabilidad de que el sobre haya sido verde? **(1 punto)**

Pregunta 4. Opción B. El 80 % de las personas que trabajan en un parque de atracciones son menores de 30 años. De ellas, el 60 % combinan este trabajo con estudios. De las 200 personas que trabajan en el parque, hay 120 personas que compaginan el trabajo con los estudios.

a) ¿Cuántas personas de las que trabajan en el parque tienen menos de 30 años y no estudian? **(1 punto)**

b) Si se elige una persona al azar de entre las que compaginan trabajo y estudios, ¿qué probabilidad hay de que tenga menos de 30 años? **(1 punto)**

c) ¿Es independiente, entre el personal de la empresa, estudiar y ser menor de 30 años? ¿Por qué? **(0.5 puntos)**

Pregunta 5. Opción A.* El gasto por visitante en una atracción se puede asumir que sigue distribución normal con desviación 8 euros.

a) ¿Cuál es el tamaño de muestra n mínimo para estimar el gasto medio por visitante en esta atracción mediante un intervalo de confianza al nivel de confianza del 90 % con un error de estimación inferior a 2 €? Si, con el mismo nivel de confianza, se quisiese obtener un intervalo con menos error, ¿habría que aumentar o reducir el tamaño muestral mínimo obtenido? **(1 punto)**

b) Para una muestra de n visitantes se ha obtenido el siguiente intervalo de confianza al 95 % de confianza (en euros) para el gasto medio por visitante: (11.0947 , 12.9053) ¿Cuál fue el gasto medio por visitante en esa muestra? ¿Cuál fue el tamaño muestral n considerado? ¿Cuál es el error de estimación en este caso? **(0.5 puntos)**

c) Partiendo del intervalo del apartado b), empareja las situaciones y los intervalos siguientes y justifica tu elección. **(1 punto)**

(i) Intervalo a partir de la misma muestra pero a un nivel de confianza mayor	(A) (10.0947 , 11.9053)
(ii) Intervalo con la misma media muestral y nivel de confianza, pero obtenido a partir de una muestra de mayor tamaño	(B) (10.9238 , 13.0762)
(iii) Intervalo con nivel de confianza obtenido a partir de una muestra con el mismo tamaño pero con una media muestral diferente	(C) (11.216 , 12.784)

Pregunta 5. Opción B.* Para estimar el porcentaje de visitantes que realiza alguna compra en la tienda de un parque de atracciones se tomaron dos muestras del mismo tamaño n. En la primera muestra se obtuvo una proporción muestral (de visitantes que compran en la tienda) de 0.7 y, a partir de ella, se construyeron dos intervalos de confianza para la proporción poblacional de visitantes que realizan alguna compra en la tienda, uno al 90 % y otro al 95 %. A partir de la segunda muestra se obtuvo un tercer intervalo al 95 % de confianza. Los tres intervalos obtenidos (no necesariamente por este orden) fueron: (0.6102 , 0.7898), (0.5565 , 0.7435) y (0.6248 , 0.7752).

a) Razona qué dos intervalos de estos tres corresponden a la primera muestra. ¿Cuál de esos dos es el correspondiente al 90 % de confianza? **(1.5 puntos)**

b) Respecto a la segunda muestra, teniendo en cuenta el intervalo obtenido, ¿cuál fue el tamaño muestral n?¿Cuál fue el número de visitantes en esa muestra que realizó alguna compra en la tienda? **(1 punto)**

---

* Algunos valores de la función de distribución F de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: F(1.28) = 0.90, F(1.64) = 0.95, F(1.96) = 0.975, F(2.33) = 0.99 y F(2.58) = 0.995.

Expresión del intervalo de confianza, al nivel de confianza $(1-\alpha)100$ %, para la media poblacional de una variable con distribución normal de varianza conocida, a partir de una muestra de tamaño n:

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Expresión del intervalo de confianza, al nivel de confianza $(1-\alpha)100$ %, para la proporción poblacional, a partir de una muestra de tamaño n suficientemente grande (habitualmente se considera $n \geq 100$):

$$\left(\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right)$$

En ambas expresiones, $F(z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$.