PRUEBAS DE SELECTIVIDAD - CURSO 1980-81 - MATEMATICAS

PRUEBA I:

1) 1.1.- Si en el cálculo de $\int_a^b b\, f(x)\, dx$ se efectúa el cambio de variable $x = g(y)$, siendo g estrictamente decreciente en $[a,b]$, ¿cómo se transforma la integral?. ¿Por qué?.

1.2.- Discutir el sistema:

$$\begin{cases} 4x + 2y + z = ax \\ 2x + 4y + 2z = ay \\ 2x + 4y + 8z = az \end{cases}$$

según los valores de a y resolverlo cuando sea posible.

2) 2.1.- ¿Cómo se determinan las posiciones relativas de un plano y una recta en el espacio?.¿Por qué?.

2.2.- Hallar el área de la región limitada por las parábolas $y = x^2$, $y = -2x^2 + 3$.

PRUEBA II:

1) 1.1.- Criterios de crecimiento y decrecimiento de una función en un punto. Explicar su justificación.

1.2.- Determinar la ecuación del plano que pasa por el origen, por el punto (5,3,2) y es perpendicular a $x + 4y - 2z + 9 = 0$.

2) 2.1.- Subespacio vectorial: definición. Condiciones necesarias y suficientes para caracterizar a un subespacio.

2.2.- Una fábrica de bujías produce un 98 % de ellas correctas. Antes de enviarlas a los almacenes para su venta, se someten a una verificación en la que se admiten como correctas las que lo son con una probabilidad 0'95 y las que no lo son con una probabilidad 0'04. Si una bujía fué considerada como buena en dos verificaciones ¿cuál es la probabilidad de que sea realmente buena?.

PRUEBA III:

1) 1.1.- Menor asociado a una submatriz: definición. Hallar el valor de los menores asociados a las submatrices de la matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix}$$

siendo a, b, c números reales cualesquiera.

1.2.- Hallar la primitiva:

$$\int x^3 \ \mathrm{Ln}\ x\ dx \qquad (\mathrm{Ln} = \text{logaritmo neperiano})$$

2) 2.1.- Enunciar y demostrar el teorema de la probabilidad total.

2.2.- Resolver el sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y + z = 0 \\ 3x - y + 2z = 2 \end{cases}$$

PRUEBA IV:

1) 1.1.- Demostrar que si f(x) es derivable en un punto x_o es continua en dicho punto. ¿Es cierto el recíproco?. ¿Por qué?.

1.2.- Hallar la ecuación del plano que pasa por los puntos (3,0,2), (4,3,1) y (7,2,4) .

2) 2.1.- Probar que si se cambian entre sí dos filas de una matriz cuadrada, su determinante cambia de signo.

2.2.- Una caja contiene 30 bombillas de las cuales 4 están fundidas. Hallar la probabilidad de que sacando las bombillas de la caja una a una, sin devolución, la última bombilla fundida aparezca en la vigésima extracción.

PRUEBA V:

1) 1.1.- Ecuaciones paramétricas de un plano. Explicar claramente cómo se obtienen.

1.2.- Hallar el área de la región comprendida entre la parábola $x^2 = 4y$, y la curva $y = 8/(x^2 + 4)$.

2) 2.1.- Enunciar y demostrar el teorema de Bayes.

2.2.- Determinar el valor de a para que el sistema:

$$\begin{cases} 2x + ay + 4z = 0 \\ x + y + 7z = 0 \\ ax - y + 13z = 0 \end{cases}$$

sea compatible indeterminado.