MATEMÁTICAS II

Pruebas de Acceso a la Universidad septiembre 1995

El alumno deberá contestar a cuatro bloques elegidos entre los seis que siguen La contestación deberá ser siempre razonada Cada uno de los bloques de preguntas puntúa por igual (2,5 puntos)

1- La matriz de coeficientes (A) asociada a cierto sistema de ecuaciones lineales así como la de sus términos independientes (B) son las siguientes:

(S)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & -2 \end{pmatrix}; \qquad B = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- a) Deducir las ecuaciones del sistema indicando las operaciones matriciales hechas.
- b) Obtener, si es posible, la inversa de las matrices A y B. Razonar las respuestas.
- 2- Un agricultor estima que el cuidado de cada m² plantado de lechugas requiere semanalmente 45 minutos, mientras que el de repollo exige 50. Dispone de una tierra de 40 m² de extensión que puede dedicar total ó parcialmente al cultivo de ambas verduras, queriendo plantar al menos 3 m² más de repollo que de lechuga. El m² de lechuga le reporta un beneficio de 500 ptas, mientras que el de repollo 650, planificando obtener en conjunto al menos 10.000 ptas. de beneficio.
 - a) ¿Qué extensión de terreno puede plantar con cada verdura? Plantear el problema y representar gráficamente su conjunto de soluciones.
 - b) ¿Cuánto le interesa plantar de cada una si su objetivo es que el tiempo semanal dedicado a su cuidado sea mínimo?
- 3- El tipo de interés anual -I(t) en %- ofrecido por una entidad financiera depende del tiempo -t en años- que se esté dispuesto a mantener la inversión a través de la siguiente expresión:

$$I(t) = \frac{90t}{t^2 + 9}$$

- a) Calcular razonadamente cuántos años le conviene pactar a un inversor que trate de optimizar el tipo de interés.
- b) Si una inversión se mantuviese a muy largo plazo, ¿el tipo de interés podría llegar a ser negativo? Justificar la respuesta.

- 4- a) Explicar el concepto de función primitiva.
 - b) Sea $f(x) = e^{2x} 2x^2 + 8$, justificar si es primitiva de alguna de las siguientes funciones:

$$g(x) = e^{2x} - 4x + 8$$
 $h(x) = 2e^{2x} - 4x$

$$h(x) = 2e^{2x} - 4$$

c) Enunciar la regla de Barrow y aplicarla para calcular

$$\int_0^1 (2e^{2x} - 4x) dx$$

5- Observados en un grupo de 25 personas, los ingresos anuales (X en millones de ptas.) y los impuestos pagados (Y en miles de ptas.), se registraron los siguientes datos:

Y	Х	1 <x≤ 2<="" th=""><th>2 <x≤ 4<="" th=""><th>4 <x≤ 6<="" th=""></x≤></th></x≤></th></x≤>	2 <x≤ 4<="" th=""><th>4 <x≤ 6<="" th=""></x≤></th></x≤>	4 <x≤ 6<="" th=""></x≤>
0 <y≤ 200<="" td=""><td></td><td>2</td><td>0</td><td>0</td></y≤>		2	0	0
200 <y≤ 600<="" td=""><td></td><td>8</td><td>10</td><td>ı</td></y≤>		8	10	ı
600 <y≤ 800<="" td=""><td></td><td>0</td><td>0</td><td>4</td></y≤>		0	0	4

de donde se obtiene que la cantidad media pagada en concepto de impuestos son 424.000 ptas, con desviación típica 145.000.

- a) Calcular los ingresos medios.
- b) Estudiar el grado de correlación lineal existente entre ambas variables.
- c) Obtener una recta de ajuste para explicar los impuestos en función de los ingresos. Si una persona tiene unos ingresos de 3 millones y medio, ¿qué cantidad deberá pagar en concepto de impuestos?
- 6- Un niño ha distribuido en el colegio invitaciones para su fiesta de cumpleaños. La experiencia muestra que en un 5% de las ocasiones los padres no autorizan a los niños invitados a acudir a la fiesta.
 - a) Justificar cuál será el modelo probabilístico que describe la variable "Número de niños asistentes a la fiesta de cumpleaños".
 - b) Sabiendo que un niño ha distribuido 15 invitaciones ¿Cuál es la probabilidad de que acudan al cumpleaños al menos 13 niños?
 - c) ¿Cuántos niños se espera que asistan a la fiesta?