MATEMATICAS I

ESCOGER CUATRO DE LOS SEIS EJERCICIOS SIGUIENTES

1º (puntuación máxima: 2.5 puntos)
Sea f(x) una función definida y continua en un intervalo cerrado [a, b] y derivable en el intervalo abierto (a, b). Si $c \in (a, b)$, justificar, razonadamente, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas: i) si $f'(c) = 0$, entonces f admite máximo o mínimo relativo en c. ii) si f admite máximo o mínimo relativo en c, entonces $f'(c) = 0$.
En caso de veracidad se realizará la demostracción y en el de falsedad se propondrá un ejemplo aclaratorio.

2º (puntuación máxima: 2.5 puntos)
i) Definir rango de una matriz explicando cada concepto que interviene en la definición.
ii) Calcular, según los valores de a, el rango de la matriz

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & a \\ 1 & 1 & a & a^2 \end{pmatrix}.$$

Razona las respuestas.

3º (puntuación máxima: 2.5 puntos)
Dada la función

$$f(x) = \frac{|x^2 - 1|}{|x| + 1}$$

i) Estudiar, a partir de la definición, la continuidad y derivabilidad de f(x) en los puntos $x = -1$, $x = 0$ y $x = 1$. ii) Determinar el dominio y la expresión de la función derivada.
Razona las respuestas.

4º (puntuación máxima: 2.5 puntos)
Hallar el área del recinto limitado por la gráfica de la función

$$f(x) = 2\frac{\ln x}{x}$$

el eje de abscisas y las rectas $x = 1/e$ y $x = e$.
Razona la respuesta.

5º (puntuación máxima: 2.5 puntos)
i) Comprobar que los puntos A(1, 1, 1), B(0, –1, 0) y C(2, 3, 0) forman un triángulo y hallar su área.
ii) Calcular el pie de la perpendicular trazada desde el origen al plano determinado por A, B y C.
Razona las respuestas.

6º (puntuación máxima: 2.5 puntos)
Sean A_1 y A_2 dos sucesos, independientes en probabilidad, de un espacio probabilístico, tales que $P(A_1) = p_1$ y $P(A_2) = p_2$. Se pide calcular, en función de p_1 y p_2, la probabilidad de que:
i) alguno de los dos sucesos no se produzca. ii) sólo uno de los dos sucesos se produzca.
iii) ocurra A_1 y no ocurra A_2.
Razona las respuestas.