



MATEMÁTICAS II

Escoger cuatro de los seis ejercicios siguientes

1º (puntuación máxima: 2.5 puntos)

i) Producto de matrices: definición, condiciones para su realización. Si $A \in M_{m \times n}$ (la matriz A tiene m filas y n columnas), $B \in M_{n \times p}$ y $C \in M_{q \times r}$, ¿qué condiciones deben cumplir p, q y r para que las operaciones que se indican a continuación puedan ser efectuadas y cuál es el orden de la matriz resultante?: a) ACB b) $A(B + C)$.

ii) Siendo

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} B$$

con A y B matrices cuadradas de orden 2, ¿debe ser necesariamente $A = B$? Razona las respuestas.

2º (puntuación máxima: 2.5 puntos)

Dado el sistema

$$\begin{aligned} x + y - z &= 2 \\ mx + y + z &= 1 \\ x - y + 3z &= 1 \\ 4x + 2y &= m \end{aligned}$$

i) Estudiarlo, según los valores de m, y resolverlo cuando sea compatible. ii) Interpretar geoméricamente el estudio del apartado i). Razona las respuestas.

3º (puntuación máxima: 2.5 puntos)

i) Esbozar la gráfica de una función $f(x)$ que cumpla, a la vez, que: en $x = -3$ tenga una discontinuidad evitable, en $x = -1$ tenga una discontinuidad de salto (admita límites laterales finitos distintos), en $x = 1$ tenga una discontinuidad asintótica con $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$, y además $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$.

ii) Obtener la expresión analítica de una de tales funciones.

Razona las respuestas.

4º (puntuación máxima: 2.5 puntos)

Hallar el área del recinto limitado por los ejes de coordenadas, la recta $y = 2$ y la curva de ecuación

$$y = \sqrt{x - 2}.$$

Razona la respuesta.

5º (puntuación máxima: 2.5 puntos)

Dada la recta $r: x - 1 = 2y = 2z + 2$ y los puntos $P(-1, 2, 0)$ y $Q(5, b, c)$, se pide:

i) Hallar b y c sabiendo que la recta PQ es paralela a r.

ii) Hallar la distancia entre los puntos P y Q.

iii) Hallar el volumen del cilindro obtenido al girar el segmento PQ en torno a r.

Razona las repuestas.

6º (puntuación máxima: 2.5 puntos)

i) Dada la circunferencia de centro (a, b) y radio r, obtener razonadamente la ecuación de la recta tangente en uno de sus puntos.

ii) Hallar las circunferencias tangentes a las rectas $3x + 4y = 0$, $4x + 3y + 1 = 0$ cuyos centros están en la recta $x + 2y + 1 = 0$. Razona la repuesta.