



MATEMATICAS II

ESCOGER CUATRO DE LOS SEIS EJERCICIOS SIGUIENTES

1º (puntuación máxima: 2.5 puntos)

Aplicando propiedades de los determinantes (y sin desarrollar, ni aplicar la regla de Sarrus) responder razonadamente a las siguientes preguntas:

- ¿ Cómo variará el determinante de una matriz de orden 3 si se multiplica a cada elemento a_{ij} de la matriz por 2^{i-j} ?
- ¿ La matriz, de orden 4, $A = (a_{ij})$ con $a_{ij} = i + j$, tiene inversa? (a_{ij} es el elemento de la matriz perteneciente a la fila i y columna j)

2º (puntuación máxima: 2.5 puntos)

i) Enunciar el teorema de Rouché-Frobenius.

ii) Dados dos sistemas lineales con dos incógnitas tales que difieren sólo en los términos independientes, si uno de ellos tiene infinitas soluciones, ¿ puede el otro tener solución única? Razona la respuesta.

iii) Resolver geoméricamente el apartado ii) de forma razonada.

3º (puntuación máxima: 2.5 puntos)

i) Dibujar la gráfica de la función $f(x) = \ln x$, atendiendo a los siguientes puntos: dominio de definición, corte con los ejes, asíntotas verticales, intervalos de monotonía e intervalos de concavidad.

ii) A partir de la gráfica anterior, establecer razonadamente cómo serían las gráficas de las funciones: a) $\ln |x|$, b) $|\ln x|$, c) $\ln(x-2)$.

(Nota : $\ln x$ es el logaritmo neperiano de x).

4º (puntuación máxima: 2.5 puntos)

i) Definir primitiva de una función.

ii) Calcular la primitiva de la función

$$f(x) = \operatorname{tg}^2 x + 1 - \frac{1}{x} + \operatorname{tg} x$$

que pase por el punto $(\pi, 0)$. Razona la respuesta.

5º (puntuación máxima: 2.5 puntos)

Dadas las rectas r y s de ecuaciones

$$r : x = y = z \quad s : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{2}$$

i) Estudiar su posición.

ii) Hallar la recta que corta a r y s y es paralela a la recta $t : (x, y, z) = (1, 2, 3) + \lambda(1, 2, -1)$. Razona las respuestas.

6º (puntuación máxima: 2.5 puntos)

i) Definir hipérbola como lugar geométrico e hipérbola equilátera.

ii) Probar que el área del triángulo limitado por una tangente cualquiera a la hipérbola $xy = 8$ con los ejes coordenados es constante.

Razona las respuestas.