



MATEMÁTICAS II

☞ *Escoger cuatro de los seis bloques siguientes*

Bloque 1 (puntuación 2,5 puntos)

Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $N = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 8 \\ 3 & 1 & k \end{pmatrix}$.

- Averiguar para qué valores de k existe alguna matriz P que cumpla, $N = PM$.
- ¿Tiene sentido hablar de la existencia de la matriz inversa de MN^t , para todo $k \in \mathbb{R}$? Si existe para $k = 0$, hallarla.
($N^t \equiv$ traspuesta de N).

Bloque 2 (puntuación 2,5 puntos)

Hallar todas las soluciones de un sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas del que se conoce que $(1, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$ y $(0, 0, 3)$ son soluciones y el rango de la matriz de los coeficientes del sistema es mayor o igual que uno.

Bloque 3 (puntuación 2,5 puntos)

El propietario de un inmueble dispone de 40 apartamentos para alquilar. Piensa que podría alquilarlos todos si el precio del alquiler fuese de 50.000 ptas. mensuales por cada uno de ellos, pero que si el precio fuera superior le quedarían algunos apartamentos sin alquilar. Por experiencia, sabe que por cada 2.500 ptas. que aumente el precio del alquiler de cada apartamento, alquilará un apartamento menos. ¿Cuál debe ser el precio del alquiler de cada apartamento para conseguir la máxima ganancia?

Justificar la respuesta.

Bloque 4 (puntuación 2,5 puntos)

Hallar el área del recinto limitado por el eje OX y la gráfica de la función $f(x) = \sqrt{x^2 - x^4}$.

Justificar la respuesta.

Bloque 5 (puntuación 2,5 puntos)

Dado el tetraedro con un vértice O sobre el origen de coordenadas y los otros tres A, B y C sobre los semiejes positivos OX, OY y OZ respectivamente, se pide:

- Hallar las coordenadas de A, B y C sabiendo que el volumen del tetraedro es $\frac{4}{3}$ y las aristas OA, OB y OC tienen igual longitud.
- La ecuación de la altura del tetraedro correspondiente a la cara ABC.
- Distancia entre las rectas AB y OC.
- Angulo que forman las aristas BC y AB.

Bloque 6 (puntuación 2,5 puntos)

Si sobre un segmento como base, dibujas varios triángulos del mismo perímetro, ¿en qué cónica estarán los terceros vértices? ¿Por qué? Deduce la ecuación reducida de esta curva.

Razonar la respuesta