



MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente cuatro preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada ejercicio se calificará con un máximo de 2,5 puntos.

El estudiante deberá indicar la agrupación de preguntas que responderá. La selección de preguntas deberá realizarse conforme a las instrucciones planteadas, no siendo válido seleccionar preguntas que sumen más de 10 puntos, ni agrupaciones de preguntas que no coincidan con las indicadas, lo que puede conllevar la anulación de alguna pregunta que se salga de las instrucciones.

1A. Un hotel compra azúcar y sal a su proveedor habitual. El azúcar lo compra a $7m$ euros el kilogramo y la sal a $2m$ euros el kilogramo. La última compra ha sido de 22,5 kilogramos en total, entre azúcar y sal, y por ella ha pagado $98m$ euros.

- [0,5 puntos] Plantea un sistema de ecuaciones (en función de m) donde las incógnitas x e y sean las cantidades de azúcar y de sal compradas.
- [2 puntos] Basándote en un estudio de la compatibilidad del sistema anterior, ¿es posible que el precio de la sal fuese 0,2 euros por kilogramo? Resuelve el sistema si se supone que ese es realmente el precio de la sal. ¿Cuántos kilogramos compró de azúcar en tal caso?

1B. Una empresa monta dos tipos de palés. Cada palé tipo A requiere 3 horas de preparación en el taller $T1$ y 4 horas de preparación en el taller $T2$. Cada palé tipo B requiere 1 hora de preparación en el taller $T1$ y 3 horas de preparación en el taller $T2$. Cada semana, se dispone de un total de 30 horas de uso del taller $T1$ y de 60 horas de uso del taller $T2$. Cada palé tipo A contiene 1 caja y cada palé tipo B contiene 2 cajas, existiendo un compromiso comercial de entregar al menos 4 cajas semanales.

- [1,75 puntos] ¿Cuántos palés de cada tipo puede preparar en una semana para cumplir con todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podría preparar 4 palés de cada tipo en una semana?
- [0,75 puntos] Si se obtiene un beneficio neto de 2000 euros con la venta de cada palé tipo A y de 1000 euros con cada palé tipo B , ¿cuántos debería preparar de cada tipo para maximizar el beneficio neto? ¿a cuánto ascendería dicho beneficio?

2A. Dada la función $f(x) = \frac{a \cdot x}{3 \cdot x^2 + 1}$, se pide:

- [0,5 puntos] Encontrar el valor de a que verifica que $F(0) = 0$ y $F(1) = \frac{4}{3} \cdot \ln(4)$, donde F denota una primitiva de f .
- [2 puntos] Considerando el valor de a obtenido en el apartado anterior, estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = -1$ y $x = 1$.

2B. Se ha investigado el tiempo en minutos (f) que se tarda en realizar cierta prueba de atletismo en función del tiempo de entrenamiento en días (x) de los deportistas, obteniéndose que:

$$f(x) = 2 + \frac{300}{x + 30}, \quad x \geq 0.$$



- a) [2 puntos] Estudia y representa gráficamente la función f en todo su dominio. ¿Aumenta en algún momento el tiempo que se tarda en realizar la prueba?
- b) [0,5 puntos] Por mucho que entrene un deportista, ¿será capaz de hacer la prueba en menos de 2 minutos? ¿Cuánto tiempo hay que entrenar para realizar la prueba en menos de 4 minutos?
-

3A. Cierta estudio de mercado revela que el 45% de los entrevistados consume el producto A y el 60% de los entrevistados consume el producto B . Además se obtiene que el porcentaje de entrevistados que consume ambos productos es del 20%. Si seleccionamos al azar un individuo de los entrevistados,

- a) [1,25 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que consuma el producto A , pero no consuma el producto B ?
- b) [1,25 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que consuma alguno de los dos productos?
-

3B. Los estudiantes de un instituto pueden optar por cursar inglés o francés. En un determinado curso hay 500 estudiantes, de los que 460 estudian inglés y el resto francés. La mitad de los estudiantes que estudian inglés son mujeres. De los que estudian francés, el 75% son mujeres.

- a) [1,25 puntos] Elegido un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?
- b) [1,25 puntos] Elegida una estudiante al azar entre las mujeres, ¿cuál es la probabilidad de que estudie francés?
-

4A. Antes de un referéndum, se desea realizar un estudio para estimar los resultados del mismo.*

- a) [1 punto] ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para que pueda estimarse la verdadera proporción de personas que votarán *SÍ* a partir de la proporción muestral con un error de estimación máximo de 0,04 y un nivel de confianza del 99%?
- b) [1,5 puntos] En una muestra aleatoria de 500 votantes se obtuvo que 100 de ellos tienen la intención de votar *SÍ*. En función de esta muestra obtén, con un nivel de confianza del 99%, un intervalo para estimar la proporción de personas que votarán *SÍ* en el referéndum.
-

4B. El tiempo de renovación de un teléfono móvil, expresado en años, se puede aproximar mediante una distribución normal con desviación típica 0,4 años.*

- a) [1,5 punto] Si se toma una muestra aleatoria de 600 usuarios y se obtiene que el tiempo medio de renovación de sus teléfonos fue de 1,8 años, construye a partir de dicha muestra un intervalo de confianza para el tiempo medio de renovación, al 90% de confianza.
- b) [1 punto] ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el verdadero tiempo medio de renovación a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 0,03 años y un nivel de confianza del 90%?
-

* Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1:
 $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$ y $F(2,58) = 0,995$.
