



## MATEMÁTICAS II

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente cuatro preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada ejercicio se calificará sobre 2,5 puntos.

El estudiante deberá indicar la agrupación de preguntas que responderá. La selección de preguntas deberá realizarse conforme a las instrucciones planteadas, no siendo válido seleccionar preguntas que sumen más de 10 puntos, ni agrupaciones de preguntas que no coincidan con las indicadas, lo que puede conllevar la anulación de alguna pregunta que se salga de las instrucciones.

**BLOQUE 1.A** Dado  $x \in \mathbb{R}$  y las matrices  $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ -1 & x-1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

- (1 punto)** Calcula los valores de  $x$  para los cuales la matriz  $A$  no posee inversa.
- (0.75 puntos)** Calcula el rango de  $A$  según los valores de  $x$ .
- (0.75 puntos)** Para  $x = 1$ , calcula en caso de que sea posible  $A \cdot B$  y  $A \cdot C$  o indica por qué no se puede realizar.

**BLOQUE 1.B** Dado  $m \in \mathbb{R}$ , se considera el sistema lineal 
$$\left. \begin{array}{l} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = -1 \\ 3x + 3y + 2z = m \end{array} \right\}$$

- (1.75 puntos)** Discute el sistema según los valores de  $m$  y resuélvelo en los casos en los que sea posible.
- (0.75 puntos)** Estudia si es posible encontrar una solución en la que  $z = 3$ .

**BLOQUE 2.A** Se considera la función  $f(x) = \frac{2x^2}{1-x}$ .

- (0.75 puntos)** Calcula el dominio de la función  $f$  y sus asíntotas.
- (1.25 puntos)** Halla en caso de que existan, los máximos y mínimos y puntos de inflexión. Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- (0.5 puntos)** Utilizando los apartados anteriores, realiza un esbozo de la gráfica de  $f$ .

**BLOQUE 2.B** Dada la función  $f(x) = -\sin(2x) + 1$ ,

- (1.25 puntos)** Calcula una primitiva que pase por el origen de coordenadas.
- (1.25 puntos)** Calcula el área limitada por  $f$ , el eje  $X$  y las rectas  $x = 0$  y  $x = \pi$ .

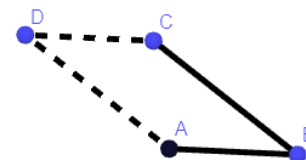


**BLOQUE 3.A** Dadas las rectas  $r \equiv \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = 1 \\ z = -\alpha \end{cases}$ ,  $s$  perpendicular a  $r$  y el vector  $\vec{v} = (1, 1, 1)$ .

- (a) **(0.5 puntos)** Calcula  $\vec{v}_r$  un vector director de  $r$ .
- (b) **(1 punto)** Calcula un vector  $\vec{u}$  director de  $s$  tal que  $\vec{u} \times \vec{v}_r$  es proporcional a  $\vec{v}$ .
- (c) **(1 punto)** Calcula la ecuación del plano que contiene a las rectas  $r$  y  $s'$ , siendo  $s' \equiv x - 1 = \frac{y - 1}{-2} = z$ .

**BLOQUE 3.B** Dados los puntos  $A = (1, 0, 1)$ ,  $B = (1, 6, 1)$ ,  $C = (-2, -1, 5)$  y  $E = (-1, 1, 1)$ .

- (a) **(0.5 puntos)** Calcula ecuación del plano  $\pi$  que contiene a los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .
- (b) **(1.25 puntos)** Calcula las coordenadas del punto  $D$  para que el polígono  $ABCD$  sea un paralelogramo y el área de  $ABCD$ .
- (c) **(0.75 puntos)** Halla ecuación de la recta perpendicular al plano  $\pi$  y que pasa por  $E$ .



**BLOQUE 4.A** En una oficina del ayuntamiento se asigna un número a cada persona que entra. Se observa que el 70% de las personas que entran son mujeres. El 40% de los hombres y el 30% de las mujeres que entran son menores de 30 años.

- (a) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que un número sea asignado a una persona menor de 30 años.
- (b) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que un número sea asignado a un hombre que no tiene menos de 30 años?
- (c) **(1.25 puntos)** Si la persona a la que se le ha asignado un número no tiene menos de 30 años ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre?

**BLOQUE 4.B** Se está estudiando la altura de la población adulta de una cierta ciudad y se observa que el modelo se rige por una distribución normal con media 1.75m y desviación típica 0.65m.

- (a) **(0.75 puntos)** Calcula la probabilidad de que, tomado un adulto al azar mida más de 1.85m.
- (b) **(0.75 puntos)** Si se toma una muestra de 10000 personas ¿Cuántas personas medirán más de 1.85m?
- (c) **(1 punto)** Se observa que, de las 10000 personas de la muestra, 6500 miden menos de 1.90m, suponiendo que se mantiene la media ¿cuál sería la desviación típica?

(Algunos valores de la función de distribución  $N(0, 1)$  son:  $F(x) = P(Z \leq x)$ ,  $F(0) = 0.5$ ,  $F(0.15) = 0.6$ ,  $F(0.1538) = 0.5596$ ,  $F(0.65) = 0.7422$ ,  $F(0.385) = 0.65$ .)