

**MATEMÁTICAS II**

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente cuatro preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada ejercicio se calificará sobre 2,5 puntos.

El estudiante deberá indicar la agrupación de preguntas que responderá. La selección de preguntas deberá realizarse conforme a las instrucciones planteadas, no siendo válido seleccionar preguntas que sumen más de 10 puntos, ni agrupaciones de preguntas que no coincidan con las indicadas, lo que puede conllevar la anulación de alguna pregunta que se salga de las instrucciones.

BLOQUE 1.A Sea $a \in \mathbb{R}$ y $P = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & a \end{pmatrix}$.

- (a) **(1 punto)** Calcula el determinante y el rango de P para cada valor de a .
- (b) **(1 punto)** Para $a = 1$ ¿existe P^{-1} ? En caso afirmativo calcúlala.
- (c) **(0.5 puntos)** Calcula, en caso de que exista, los valores de a tal que $\det(P) = \det(P^{-1})$.

BLOQUE 1.B Dado $a \in \mathbb{R}$, se considera el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} -x + 2y = -1 \\ -x + 2y + 2z = 1 \\ ax - 2y + z = 2 \end{array} \right\}$$

- (a) **(1 punto)** Discute el sistema según los valores de a .
- (b) **(0.75 puntos)** Estudia si es posible encontrar un valor de a para el cual la solución del sistema verifique que $x = 0$.
- (c) **(0.75 puntos)** Si $a = 0$, resuelve el sistema si es posible.

BLOQUE 2.A Se considera la función:

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$$

- (a) **(1 punto)** Calcula el dominio de f y las asíntotas, en caso de que tenga.
- (b) **(1 punto)** Estudia la existencia de máximos y mínimos, así como los intervalos de concavidad y convexidad.
- (c) **(0.5 puntos)** A partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores, realiza un esbozo de la gráfica de f .



BLOQUE 2.B Se considera la función $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$.

(a) **(1.75 puntos)** Calcula una primitiva de $f(x)$, que pase por el punto $(-1, 0)$. (Sugerencia: Puedes utilizar el cambio de variable $t = 1 - x^2$)

(b) **(0.75 puntos)** Calcula $\int_0^1 f(x)dx$

BLOQUE 3.A Sea r la recta que pasa por los puntos $A = (1, 0, 1)$ y $B = (2, 1, 2)$ y s la recta $s \equiv \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$.

(a) **(0.75 puntos)** Indica la posición relativa de r y s .

(b) **(0.75 puntos)** Calcula un plano paralelo a r y que contiene a s .

(c) **(1 punto)** Calcula la distancia entre las rectas r y s .

BLOQUE 3.B Dados dos planos $\pi \equiv x + y + z = 3$, $\pi' \equiv x + y = 3$ y el punto $A = (2, 1, 6)$

(a) **(0.75 puntos)** Calcula un vector director y un punto de la recta r intersección de los planos π y π' .

(b) **(1 punto)** Calcula el punto P de π tal que el segmento AP es perpendicular al plano π .

(c) **(0.75 puntos)** Calcula el punto A' simétrico de A respecto del plano π .

BLOQUE 4.A Se tienen tres sobres, A, B y C. En el sobre A hay dos cartas de copas y tres de bastos. En el sobre B tres cartas de copas y dos de bastos y en el sobre C cuatro de copas y una de bastos. Se tira un dado y se saca una carta del sobre A si el resultado es impar, del sobre B si el resultado es 4 o 6 y del sobre C si el resultado es un 2.

(a) **(1.25 puntos)** Calcula la probabilidad de que se obtenga una carta de bastos.

(b) **(1.25 puntos)** Se extrae una carta y resulta ser copas ¿cuál es la probabilidad de que se haya extraído del sobre B?

BLOQUE 4.B El peso en kilos de la población de un cierto país sigue una distribución normal de media 70 y desviación típica 10. Se selecciona un individuo al azar.

(a) **(1.25 puntos)** Calcule la probabilidad de que su peso se sitúe entre 65 y 75 kilos.

(b) **(1.25 puntos)** Se realiza una campaña de comida sana y esto repercute en el peso de la población, manteniendo la desviación típica pero ahora la probabilidad de que un individuo pese menos de 75 es 0.6 ¿Cuál es la nueva media?

(Algunos valores de la función de distribución $N(0, 1)$ son: $F(x) = P(Z \leq x)$, $F(0) = 0.5$, $F(0.15) = 0.6$, $F(0.5) = 0.6915$, $F(0.6) = 0.7257$, $F(1.8) = 0.9641$.)
