



## MATEMÁTICAS II

ELIGE SOLAMENTE CUATRO DE LOS SEIS BLOQUES PROPUESTOS

**Bloque 1.** Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

- a) Comprobar que verifica  $A^3 - I = O$ , con  $I$  matriz identidad y  $O$  matriz nula. (1 punto)
- b) Calcula  $A^{13}$  (0.75 puntos)
- c) Basándose en los apartados anteriores y sin recurrir al cálculo de inversas halla la matriz  $X$  que verifica la igualdad  $A^2X + I = A$ . (0.75 puntos)

**Bloque 2.** Dado el sistema 
$$\begin{cases} 2x + y = a \\ (1-a)x - y = 1 \\ ax + y = a \end{cases}$$

- a) Estudia su compatibilidad según los valores de  $a$ . (1.5 puntos)
- b) Resuélvelo cuando sea posible. (1 punto)

**Bloque 3.** Dados los puntos  $A(2, 2, 0)$ ,  $B(0, 0, 2)$  y  $C(0, 1, 2)$ .

- a) Halla el plano  $\pi$  que contiene a los tres puntos. (0.75 puntos)
- b) Calcula un punto  $P$  que esté a distancia de  $2\sqrt{2}$  unidades del plano  $\pi$  y del punto medio del segmento  $AB$ . (0.75 puntos)
- c) Considerando  $D(2, 1, 1)$  calcula el volumen del tetraedro limitado por los puntos  $A, B, C$  y  $D$ . (1 punto)

**Bloque 4.** Dada la función  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  determina las constantes  $a, b, c, d$  de manera que simultáneamente: (2.5 puntos)

- Su gráfica pase por el origen de coordenadas y por el punto  $(2, 2)$ .
- La función posea un punto de inflexión en  $x = 0$ .
- La función posea un mínimo en  $x = 1$ .

**Bloque 5.** Dada la función  $y = x^4 e^{-x}$

- a) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. (1 punto)
- b) Halla, si existen, los máximos, mínimos y puntos de inflexión. (1 punto)
- c) Dibuja aproximadamente su gráfica. (0.5 puntos)

**Bloque 6.** Sea la función  $f(x) = 1 - x^2$

- a) Su gráfica determina con el eje de abscisas un recinto limitado  $D$ . Calcula su área. (1 punto)
- b) La gráfica de la función  $g(x) = x^2$  divide  $D$  en tres partes  $D_1, D_2$  y  $D_3$ . Haz un dibujo de los tres recintos. (0.75 puntos)
- c) Calcula el área del recinto  $D_2$  que contiene al punto  $(0, 1/2)$ . (0.75 puntos)